ARITMETICA RAGIONATA E SISTEMA METRICO DECIMALE AD...

Carlo Mottura, Giovanni Parato







ARITMETICA RAGIONATA

E

SISTEMA METRICO DECIMALE

AD USO

DELLE SCUOLE ELEMENTARI SUPERIORI

TECNICHE 1° ANNO, NORMALI E MAGISTRALI

PER

G. MOTTURA e GIOVANNI PARATO



Operetta coordinata all'ARITMETICA INFANTILE degli stessi autori
prescelta a LIBRO TESTO nelle provincie di
Ancona, Aquila, Avellino, Bari, Belluno, Bologna, Como, Cuneo, Foggia, Mantova, Milano, Parma, Pavia, Potenza, Salerno, Sondrio, Torino, Trapani, Udine, ecc. ecc.
dai rispettivi Consigli Scolastici Provinciali.

Edizione stereotipa — Sesta ristampa.

1871

Presso G. B. PARAVIA E COMP., Tip.-Librai

FIRENZE Via Ghibellina N° 110. — TORINO Via Doragrossa N° 23. — MILANO Galleria De Cristoforis N° 16-17.

Prezzo, cent. **60.**

AVVERTENZA

L'Aritmetica Ragionata, come può vedere chi ne scorra coll'occhio l' indice gene espone il *sistema decimale di numerazione sia parlata, sia scritta,* e fa conoscere *le gole della numerazione Romana;* tratta ampiamente *delle quattro operazioni fondan tali sopra i numeri interi e sopra i numeri decimali;* e dà una piena cognizione *del stema metrico decimale* in un con le necessarie nozioni di *geometria sia per misurar superficie piane, sia per valutare il volume dei corpi.* Si estende sufficientemente *s teoria delle frazioni ordinarie,* e fa una metodica esposizione *delle regole* per eseg sopra di esse l'*addizione,* la *sottrazione,* la *moltiplicazione,* la *divisione.* Tocca br mente della *proporzione geometrica,* e ne mostra l'applicazione alla soluzione dei p blemi *della regola del tre semplice e della regola del tre composta,* in aiuto al *met di riduzione all'unità.* Svolge accuratamente le regole d'*interesse,* di *sconto,* di *soci* di *alligazione,* di *cambio;* e tratta dei *numeri complessi* nella misura prescritta dai P grammi governativi. Le regole sono dichiarate con esempi, dimostrate con ragioname facili e insieme rigorosi, e seguite da buon numero di esercizi e di problemi. Noi so poniamo questa nostra Operetta all'esame dei signori Maestri e Professori perchè v gano, se possa tornar utile, come noi fermamente crediamo, alle Scuole per uso d quali è stata compilata.

ARITMETICA RAGIONATA

E

SISTEMA METRICO DECIMALE

AD USO

DELLE SCUOLE ELEMENTARI SUPERIORI

TECNICHE 1° ANNO, NORMALI E MAGISTRALI

PER

G. MOTTURA e GIOVANNI PARATO



Operetta coordinata all'ARITMETICA INFANTILE degli stessi autori
prescelta a LIBRO TESTO nelle provincie di
Ancona, Aquila, Avellino, Bari, Belluno, Bologna, Como, Cuneo, Foggia, Mantova, Milano, Parma, Pavia, Potenza, Salerno, Sondrio, Torino, Trapani, Udine, ecc. ecc.
dai rispettivi Consigli Scolastici Provinciali.

Edizione stereotipa — Sesta ristampa.

1871

Presso G. B. PARAVIA E COMP., Tip.-Librai

FIRENZE Via Ghibellina N° 110.  TORINO Via Doragrossa N° 23.  MILANO Galleria De Cristoforis N° 16-17.

ARITMETICA RAGIONATA



NOZIONI PRELIMINARI



1. L'**Aritmetica** è la scienza dei numeri.

2. **Numero** è l'unione di unità o di parti di unità.

3. **Unità** è ciascuna delle cose che si contano; ed è *naturale od arbitraria.*

Un'ora, *un* giorno, *una* settimana, *un* metro..... sono *unità.*
Due ore, *tre* giorni, *quattro* settimane, *sei* metri..... sono *numeri.*

4. **Intero** è il numero che esprime l'unità o la riunione di unità.

Come: *un'ora; due ore.....*

5. **Rotto** è il numero che esprime una parte dell'unità.

Come : *mezz'ora; tre quarti d'ora.....;*

e chiamasi comunemente **frazione**.

6. **Frazionario** o **misto** è il numero che esprime unità e parte di unità.

Come : *un'ora e mezzo; due ore e un quarto.....*

7. **Concreto** è il numero che esprime unità di specie determinata.

Come : *due alberi ; cinque metri.....*

8. **Astratto** è il numero che non esprime unità di specie determinata.

Come : *due, cinque...*

DOMANDE. — 1. Che cosa è l'*Aritmetica?* — 2. Che cosa è *numero?* — 3. Che cosa è *unità?* — 4. Qual numero è *intero?* — 5. ...quale *rotto?* — 6. ...quale *frazionario?* — 7. ...*concreto?* — 8. ...*astratto?*

CAPITOLO PRIMO

Numerazione parlata.

9. I numeri sono costituiti da **unità, decine** e **centinaia**; e si conta:

Per unità *semplici,* decine di *unità semplici*, centinaia di *unità semplici;*

Per unità di *mille,* decine di *mille*, centinaia di *mille;*

Per unità di *milioni*, decine di *milioni*, centinaia di *milioni;*

Per unità di *bilioni,* decine di *bilioni*, centinaia di *bilioni*, e così di seguito.

10. I nomi dei numeri formati dalle unità semplici sono: **uno, due, tre, quattro, cinque, sei, sette, otto, nove, dieci.**

11. I nomi dei numeri formati dalle decine di unità semplici sono: **dieci, venti, trenta, quaranta, cinquanta, sessanta, settanta, ottanta, novanta, cento.**

Se al nome delle decine, ossia a *dieci, venti, trenta..... novanta* si aggiunge il nome dei nove primi numeri, si conta da *dieci* fino a *cento;* solo che da *dieci* a *venti*, in luogo di *dieci uno, dieci due, dieci tre, dieci quattro, dieci cinque, dieci sei, dieci sette, dieci otto, dieci nove*, si dice *undici, dodici, tredici, quattordici, quindici, sedici, diciassette, diciotto, diciannove.*

12. I nomi dei numeri formati dalle centinaia di unità semplici sono: **cento, duecento... novecento, mille.**

Se al nome delle centinaia, ossia a *cento*, a *duecento*... a *novecento* si aggiunge il nome dei novantanove primi numeri, si conta da *cento* fino a *mille;* e si dice *cento e uno, cento e due... novecento novantanove.*

13. I nomi dei numeri formati dalle unità di mille sono: **mille, due mila, tre mila... nove mila, dieci mila.**

DOMANDE. — 9. *Da che* sono costituiti i numeri? — 10. Quali sono i numeri formati dalle *unità semplici?* — 11. ...dalle *decine?* — 12. ...dalle *centinaia?* — 13. ...dalle *unità di mille?*

I numeri compresi tra unità e unità di mille son quelli inferiori a *mille*, e contando si dice: *mille uno*, *mille due... novemila novecento novanta nove.*

14. I nomi dei numeri formati dalle decine di mille sono: **dieci mila, venti mila... novanta mila, cento mila**.

I numeri compresi tra decina e decina di mille son quelli inferiori a *dieci mila.* Contando si dice: *diecimila* e *uno, diecimila* e *due... undicimila... novantanove mila novecento novanta nove.*

15. I nomi dei numeri formati dalle centinaia di mille sono: **cento mila, duecento mila... novecento mila, un milione.**

I numeri compresi fra centinaio e centinaio di mille sono quelli inferiori a *cento mila.* Contando si dice: *cento mila* e *uno, cento mila* e *due... cento novantanove mila novecento novanta nove.*

16. Aggiungendo al nome dei numeri formati dalle *unità semplici*, dalle *decine*, dalle *centinaia* il nome *milione*, si conta per unità di milioni da *un milione* a *dieci milioni;* per decine di milioni da *dieci milioni* a *cento milioni;* per centinaia di milioni da *cento milioni* a *un* **bilione.**

I numeri compresi tra unità e unità, decina e decina, centinaio e centinaio di milioni, son quelli rispettivamente inferiori a *un milione*, a *dieci milioni*, a *cento milioni.*

Seguendo lo stesso metodo di numerazione si passa dal bilione al **trilione,** dal trilione al **quatrilione,** dal quatrilione al **quintilione...** al **sestilione...**

17. L'esposto sistema di numerazione è **decimale**: perchè ha per base il *dieci*, ossia perchè vi vogliono *dieci* unità di un ordine qualunque per fare l'*unità* dell'ordine immediatamente superiore.

ESERCIZI.

1° *Dire da quali ordini di unità sia costituito ciascuno dei seguenti numeri.*

Cento undici.
Due mila duecento ventidue.
Tremila e quaranta.
Dieci mila settecento ottanta.
Cento due mila quattrocento dieci.
Un milione due mila e tre.
Settecento ottanta milioni.
Due bilioni e centoventi milioni.

DOMANDE. — 14. Quali sono i numeri formati dalle *decine di mille?* — 15. ...dalle *centinaia di mille?* — 16. Come si formano i numeri da un *milione* a un *bilione...?* — 17. Perchè il nostro *sistema di numerazione* è detto *decimale?*

2° *Rispondere alle seguenti domande.*

Il *migliaio* da quante centinaia è formato? da quante decine? da quante unità?

Il *milione* da quante migliaia è formato? da quante centinaia di mille? da quante decine di mille?

Il *bilione* da quanti milioni è formato? da quante centinaia di milioni?

Numerazione scritta.

18. I numeri si rappresentano con **cifre.**

Le cifre sono dieci: *nove* significative ed *una* ausiliare.

Le cifre significative sono: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**; e rappresentano da *una* a *nove* le *unità*, le *decine*, le *centinaia* contenute nel numero. Si scrivono l'una appresso all'altra come le lettere di una parola; ed è convenuto che

La prima *cifra scritta a destra rappresenti le unità semplici; la* seconda *le decine; la* terza *le centinaia; la* quarta *le unità di mille; la* quinta *le decine di mille; la* sesta *le centinaia di mille; la* settima *le unità di milioni; l'*ottava *le decine di milioni; la* nona *le centinaia di milioni; la* decima *i bilioni.....*

19. Il valore che la cifra acquista dal posto che tiene nel numero, dicesi *valore relativo.* Quello che ha quando è sola, è il suo *valore assoluto.*

20. La cifra ausiliare è lo *zero* (**0**), che non ha di per sè alcun valore; ma combinato con le altre cifre indica che mancano le *unità* o le *decine* o le *centinaia* là dove è scritto; e così conserva alle cifre significative il valore che devono rappresentare nel numero.

ESERCIZI.

Dire quali specie di unità, decine, centinaia siano rappresentate da ciascuna cifra dei seguenti numeri.

1234567	3050709	1234567890
9876543	8006000	7000126004

DOMANDE. — 18. Come si *rappresentano* i numeri? — Quali sono le *cifre significative* e che rappresentano? — 19. Qual è il *valore relativo* di una cifra? ... e quale l'*assoluto*? — 20. Qual è la cifra *ausiliare* e che cosa essa indica?

Leggere numeri scritti in cifre.

21. Regola. — *Se il numero da leggere ha molte cifre, lo scompongo da destra a sinistra in gruppi di* tre *cifre ciascuno. L'ultimo gruppo può essere di tre, di due ed anche di una sola cifra. Leggo poscia a uno a uno i gruppi da sinistra a destra, aggiungendo il nome dell'unità in ognuno dei gruppi contenuta. Se un gruppo è formato da tre zeri, non lo leggo.*

Così il numero:

3456789.......... si legge: 3 milioni, 456 mila, 789.
1015000034.......... si legge: 1 bilione, 15 milioni e 34.

ESERCIZI.

1° *Scomporre in gruppi di tre cifre, e leggere i seguenti numeri.*

3450	9045	80040	600000	1000000
5660	10125	124010	1425745	2000004
7200	12074	230120	54234896	3040025
8000	13006	400304	145783277	8001001091
9003	15000	807002	1425834213	90040012005

2° *Leggere i numeri nelle seguenti espressioni.*

Cristoforo Colombo scopritore dell'America morì nell'anno 1506.
Edoardo Jenner scopritore della vaccina nacque nel 1749.
Il giro della terra lungo un meridiano è 40000000 di metri.
Il volume del sole è 1400000 volte quello della terra.
La luce percorre 310988000 metri per minuto secondo.

Scrivere in cifre numeri espressi con parole.

22. Regola. — *Pongo mente ai diversi gruppi di centinaia, decine ed unità contenuti nel numero enunciato; e scrivo successivamente la cifra delle centinaia, delle decine e delle unità di ciascun gruppo; e non tralascio lo zero dove è bisogno di metterlo.*

Così il numero:

Dodici milioni cinque mila e ottanta si scrive 12005080.

ESERCIZI.

1° *Dire in quanti gruppi si possa scomporre, e quante cifre vi vogliano per iscrivere un numero che contenga:*

Unità di mille.	Unità di milioni.	Unità di bilioni.
Centinaia di mille.	Centinaia di milioni.	Centinaia di bilioni.
Decine di mille.	Decine di milioni.	Decine di trilioni.

Domande. — 21. Come fate per *leggere* con facilità un numero scritto in *cifre?* — 22. Come fate per *iscrivere* facilmente in cifre i numeri espressi con *parole?*

2° *Scrivere in cifre i seguenti numeri.*

Mille e quattro.	Un milione.
Tremila e venticinque.	Due milioni due mila e due.
Quattro mila cento undici.	Dodici milioni e sei.
Novanta nove mila e nove.	Novecento milioni e novecento.
Trentamila e sette.	Un bilione.
Quattrocento settanta mila.	Ventidue bilioni trenta milioni.

Numerazione parlata dei numeri decimali.

23. **Numero decimale** è quello composto di un numero intero e di una *frazione decimale.*

Come: *tre lire e cinque centesimi.*

24. **Frazione decimale** è quella che esprime parti o *dieci*, o *cento*, o *mille....* volte più piccole dell'*unità;* le quali parti sono perciò di *dieci* in *dieci* volte successivamente *minori* le une delle altre.

Le parti *dieci volte* più piccole dell'unità si chiamano **decimi**.

Le parti dieci volte più piccole dei decimi, e perciò *cento volte* più piccole dell'unità si chiamano **centesimi.**

Le parti dieci volte più piccole dei centesimi, e perciò mille *volte* più piccole dell'unità si chiamano **millesimi.**

Le parti *dieci mila volte*, *cento mila volte*, un *milione... di volte* più piccole dell'unità si chiamano **diecimillesimi, centomillesimi, milionesimi.**

Come si vede, la numerazione parlata delle frazioni decimali è al tutto conforme a quella dei numeri interi. Una parte decimale di un ordine qualunque ne fa dieci dell'ordine immediatamente inferiore.

Così *un decimo* fa *dieci centesimi; un centesimo* fa *dieci millesimi...*

ESERCIZI.

Rispondere alle seguenti domande:

1. L'unità semplice in quanti decimi, centesimi, millesimi si divide?

2. I decimi che parte sono dell' unità semplice? I centesimi che parte sono del decimo? I millesimi che parte sono del centesimo?

3. Quanti millesimi vi vogliono per fare un centesimo? Quanti centesimi per fare un decimo? Quanti decimi per fare l'unità semplice?

4. Un'unità semplice e un decimo quanti decimi fanno? Un decimo e un centesimo quanti centesimi fanno?

DOMANDE. — 23. Qual è il *numero decimale?* — 24..... la *frazione decimale?* — Che cosa sono i *decimi?* ...i *centesimi?* ...i *millesimi?* ...i *diecimillesimi?* ... i *centomillesimi?* ...i *milionesimi?*

Numerazione scritta dei numeri decimali.

25. La numerazione scritta dei numeri decimali è conforme al principio fondamentale della numerazione scritta dei numeri interi.

Si sa che le cifre esprimono valori di dieci in dieci volte più piccoli da sinistra verso destra; perciò

La *prima* cifra a destra *delle unità semplici* esprimerà parti *dieci volte più piccole dell'unità*, ossia **decimi.** La *seconda* esprimerà *parti dieci volte più piccole dei decimi*, ossia **centesimi**; la *terza* esprimerà **millesimi**; la *quarta* **diecimillesimi**; la *quinta* **centomillesimi**; la *sesta* **milionesimi...**

26. Per distinguere le unità intere dalle parti decimali si pone tra le une e le altre una *virgola*.

Così volendo esprimere *tre unità* e *quattro decimi* si scrive 3,4.

Le cifre poste alla destra della virgola si chiamano **cifre decimali.**

Scrivere in cifre un numero o una frazione decimale.

27. Regola. — *Scrivo prima il* numero intero *e la virgola, poi la* frazione decimale, *in modo che l'ultima cifra a destra si trovi al suo posto per rappresentare le parti più piccole enunciate; se manca qualche ordine di decimali, metto un zero nel posto corrispondente.*

Così il numero :	*tre unità e due decimi* si scrive	3,2
»	*tre unità e due centesimi* si scrive	3,02
»	*tre unità e due millesimi* si scrive	3,002
»	*tre unità e venticinque millesimi* si scrive	3,025.

Per esprimere in cifre una frazione decimale *scrivo zero e poi la virgola, e a destra della virgola la frazione decimale.*

Così la frazione :	*tre decimi* si scrive	0,3
»	*tre centesimi* si scrive	0,03
»	*dodici millesimi* si scrive	0,012.

Domande. — 25. A qual principio è conforme la *numerazione scritta* de' numeri decimali? — Qual è la *cifra* che rappresenta i *decimi?* ...i *centesimi?* ...i *millesimi?* — 26. Come fate per distinguere le *parti decimali* di un numero dalle *unità intere?* — Quali *cifre* diconsi *decimali?* — 27. Che regola avete per *iscrivere in cifre* un *numero* decimale? — ...una *frazione* decimale?

ESERCIZI.

Scrivere in cifre:

Due unità e tre centesimi.
Tre unità e quindici centesimi.
Dieci decimi.
Un millesimo.
Undici centesimi.
Un mezzo decimo.
Un mezzo centesimo.
Cento quattro centesimi.
Settanta diecimillesimi.
Un milionesimo.

Leggere un numero decimale scritto in cifre.

28. Regola. — *Leggo prima la parte intera, come se fosse sola; e quindi la parte decimale, come se rappresentasse un numero intero, aggiungendovi in fine il nome delle parti espresse dall'ultima cifra.*

Così 3,3 si legge *tre unità e tre decimi.*
4,25 si legge *quattro unità e venticinque centesimi.*
0,005 si legge *zero unità, cinque millesimi.*

ESERCIZI.

Leggere i seguenti numeri:

1,1	0,25	1,325	27,1234	19,90081
2,3	4,75	0,045	50,0567	64,20002
3,9	6,04	7,002	90,0021	49,101123

Alcuni principii.

29. *Un numero decimale non cambia di* **valore** *aggiungendovi a destra o a sinistra un numero qualunque di zeri.*

In fatti coll'aggiugnervi zeri a destra o a sinistra le cifre non cambiano di posto rispetto alla virgola; e perciò nemmeno di valore.

Così il numero 2,5 = 2,50 = 2,500 = 02,5 = 002,5...

30. *Un numero decimale si rende 10, 100, 1000..... volte* **maggiore**, *col trasportare la virgola di uno, di due, di tre.... ordini a destra del posto che essa prima occupava.*

Invero per siffatto trasporto della virgola il valore relativo di ciascuna cifra diventa dieci volte, cento volte, mille... volte maggiore.

Così il numero 1,111 pel trasporto della virgola nel modo anzidetto diventa 11,11; 111,1; 1111.

Se il numero decimale che si vuol rendere 10, 100,

Domande. — 28. Come *leggete* un *numero decimale* scritto in cifre? — 29. Un *numero decimale* cambia esso di valore aggiungendovi dei *zeri* a *destra* o a *sinistra?* — 30. Come si fa per rendere un *numero decimale 10, 100, 1000...* volte *maggiore?*

1000... volte maggiore, non ha verso destra tante cifre, quante sono necessarie per fare la voluta trasposizione della virgola, si supplirà con zeri alle cifre decimali mancanti.

ESERCIZI.

Rendere 10, 100, 1000 volte maggiore ciascuno de' seguenti numeri.

7,23	8,0067	1,00	10,05	0,2
4,007	0,10	0,201	0,050	0,005.

31. *Un numero decimale si rende 10, 100, 1000..... volte* **più piccolo** *col trasportare la virgola di uno, di due, di tre ordini a sinistra del posto che essa prima occupava.*

Invero per siffatto trasporto della virgola il valore di ciascuna cifra diventa 10, 100, 1000... volte più piccolo.

Così il numero 111,1 pel trasporto della virgola nel modo anzidetto diventa 11,11; 1,111; 0,1111.

Se il numero decimale che si vuol rendere 10, 100, 1000.... volte più piccolo, non ha verso sinistra tante cifre, quante sono necessarie per fare la voluta trasposizione della virgola, si supplirà con zeri alle cifre mancanti.

ESERCIZI.

Rendere 10, 100, 1000 volte più piccolo ciascuno dei seguenti numeri.

1253,6	20,05	0,15	7	0,9
425,2	8,02	4,00	4018	460,0

Cifre Romane.

32. I Romani adoperavano:

I	per	1	L	per	50
V	per	5	C	per	100
X	per	10	D o IƆ	per	500

M o CIƆ per 1000.

Regole della numerazione romana. — 1ª *Una lettera scritta a destra di un' altra di valore uguale o maggiore, si somma con essa.*

Così II = I + I = 2; XX = X + X = 20; VI = V + I = 6; XII = X + II = 12; LX = L + X = 60 . . . . .

Domande. — 31. Come si fa per rendere un *numero decimale 10, 100, 1000* volte *minore?* — 32. Che *segni* adoperavano i *Romani* per rappresentare i numeri? — Sopra quali regole è fondata la *numerazione romana?*

2ª *Una lettera scritta a sinistra di un'altra di valore maggiore, si sottrae da essa.*

Così IV = V — I = 4; IX = X — I = 9; XL = L — X = 40; XC = C — X = 90; CD = D — C = 400.

3ª *Una lettera scritta fra due altre di maggior valore si sottrae da quella che è a destra.*

Così XIX = X + [X — 1] = 19; CXL = C + [L — X] = 140; DXC = D + [C — X] = 590.....

4ª *Ogni* Ɔ *aggiunto a* IƆ *ne rende il valore 10 volte maggiore.*

Così IƆƆ = 10 volte IƆ = 5000.

5ª *Ogni* C Ɔ *aggiunti a* CIƆ *ne rendono il valore 10 volte maggiore.*

Così CCIƆƆ = 10 volte CIƆ = 10000.

6ª *Una lineetta tirata sopra una o più cifre, ne rende il valore 1000 volte più grande.*

Così $\overline{\text{X}}$ = 1000 volte 10 = 10000; $\overline{\text{C}}$ = 1000 volte 100 = 100000; $\overline{\text{V}}$IV = 5004; $\overline{\text{IV}}$VI = 4006.

7ª *Due lineette tirate sopra una o più cifre, ne rendono il valore un milione di volte più grande.*

Così $\overline{\overline{\text{V}}}$ = 5.000.000; $\overline{\overline{\text{III}}}$ = 3.000.000; $\overline{\overline{\text{XVII}}}\,\overline{\text{IV}}$ IX = 17.004.009.

ESERCIZI.

1° *Esprimere in cifre arabiche il valore dei seguenti numeri.*

I	IV	XXV	XCIX	DXC	$\overline{\text{III}}$II
II	VI	XL	CCC	IM	$\overline{\text{VIII}}$ VII
V	IX	LX	DC	MI	IƆƆƆ
X	XI	LXX	DL	MIV	$\overline{\text{II}}$V
C	VIII	XLIV	DCCC	VM	IIIM
D	XIV	XC	CM	XM	$\overline{\overline{\text{IV}}}$II
L	XVI	IƆ	MC	LM	MDCCCLXX.
M	XXI	IƆƆ	$\overline{\text{V}}$	CIƆ	

2° *Esprimere in cifre romane i seguenti numeri.*

7	18	60	400	999	75000
12	19	70	720	1111	1245747
15	29	95	1002	12100	2030004

CAPITOLO SECONDO

OPERAZIONI FONDAMENTALI DELL'ARITMETICA

33. Le operazioni fondamentali dell'Aritmetica sono quattro: l'**Addizione**, la **Sottrazione**, la **Moltiplicazione**, la **Divisione**.

l'addizione	si indica	col segno	+	*più*
la sottrazione	»	col segno	—	*meno*
la moltiplicazione	»	col segno	×	*moltiplicato per*
la divisione	»	col segno	:	*diviso per.....*

L'arte o la maniera di effettuare le quattro operazioni sopra i numeri, si chiama **calcolo**.

ADDIZIONE.

34. L'**Addizione** è *l'operazione che si fa per unire in un solo più numeri della stessa specie.*

I numeri che si hanno a unire, si chiamano **poste**.

Il numero che risulta dall'unione delle poste, si chiama **somma** o **totale**.

Casi dell'addizione.

Caso I.

Sommare numeri di una cifra sola.

35. Regola. — *Aggiungo al primo numero il secondo; alla somma di questi due il terzo, e così di seguito secondo i principii della numerazione.*

Così per sommare 2, 3, 4, 6, dico: 2 e 3, 5; e 4, 9; e 6, 15; e conchiudo che $2 + 3 + 4 + 6 = 15$.

Il segno = dicesi *segno di eguaglianza*, e si legge *eguale a.....*

Domande. — 33. Quante sono le *operazioni fondamentali* dell'aritmetica? e con qual *segno* si indica ciascuna operazione? — Che cosa è il *calcolo?* — 34. Che cosa è l'*Addizione?* — Come si chiamano i numeri che si *hanno da unire?* — Che s'intende per *somma* o *totale?* — 35. Esponete la regola per sommare numeri di una *cifra sola*.

Caso II.

Sommare numeri di più cifre.

36. Regola. — *Scrivo i numeri dati in colonna, cioè gli uni sotto gli altri in modo che le unità sieno sotto le unità, le decine sotto le decine, le centinaia sotto le centinaia... Tiro una linea sotto l'ultimo numero; e cominciando a destra, sommo separatamente le cifre di ciascuna colonna. Se la somma delle cifre di una colonna è un numero di una cifra sola, scrivo questa cifra sotto la colonna stessa. Se la somma delle cifre di una colonna è un numero di due o più cifre, scrivo solo l'ultima cifra, e sommo l' altra o le altre con le cifre della colonna seguente. La somma dell'ultima colonna la scrivo come viene.*

In fatti: come il valore di un numero è conosciuto, quando si sa quante unità, decine, centinaia... esso contiene; così sarà conosciuto quello di più numeri, quando si sappia quante unità, decine, centinaia... essi contengano insieme. Per questo si uniscono le unità con le unità, le decine con le decine... come appunto dice la regola.

Esempio. — Sommare 6320, 7852, 843.

	6320
poste	7852
	843
Somma	15015

Scrivo i numeri in colonna; e cominciando a destra dico: zero e 2, 2, e 3, 5; scrivo 5 sotto la colonna delle unità. Passo alle decine, e dico: 2 e 5, 7 e 4, 11; scrivo 1 sotto la colonna delle decine, e ritengo 1. Vengo alle centinaia, e dico: 1 che ho ritenuto e 3, 4 e 8, 12 e 8, 20: scrivo 0 sotto la colonna delle centinaia, e ritengo 2. Finalmente dico: 2 che ho ritenuto e 6, 8 e 7, 15. Scrivo 15 tutto intero a sinistra delle altre cifre del quoziente.

37. **Prova dell'addizione.** — *Per verificare l'addizione fo l'addizione una seconda volta; e sommo le cifre di ciascuna colonna contando di alto in basso, se prima io aveva contato di basso in alto, o viceversa. Se in ambe le addizioni trovo la medesima somma, posso riguardare l'operazione come giusta.*

Esercizi.

I. *Sommare i seguenti numeri scritti in colonna.*

2124	4890	4534	79041	890415
3220	8846	6468	6314	205068
1402	6743	7565	94143	6285
3130	2731	9187	6922	7985

Domande. — 36. Che fate per sommare numeri di *più cifre?* — 37. Come fate la *prova* dell'addizione?

II. *Scrivere in colonna e sommare i numeri :*

1° 3698 + 8963 + 96 + 347 + 6879 + 789 + 78 =
2° 4987 + 8989 + 676879 + 2005 + 17 + 89768 =
3° 6486 + 4866 + 8369 + 24839 + 93684 + 8090 =
4° 714025 + 410725 + 541702 + 271450 + 1204 =

PROBLEMI.

I. Una persona 19 anni fa aveva 25 anni : quanti ne ha al presente?

II. Le vacanze autunnali cominciano il 10 agosto, e finiscono il 15 ottobre : quanti giorni durano ?

III. Adamo in età di 132 anni ebbe il terzo suo figlio chiamato Set; dopo la nascita di Set visse ancora 798 anni : di quanti anni morì Adamo ?

IV. Roma è stata fondata 753 anni avanti l'èra volgare : da quanti anni esiste ?

V. Dante Alighieri nacque in Firenze nel 1265, e visse 56 anni : in che anno morì ?

Caso III.

Sommare numeri decimali.

38. Regola. — *Scrivo i numeri gli uni sotto gli altri in modo che gli interi sieno in colonna tra loro; e così pure sieno in colonna le virgole e le parti decimali dello stesso ordine. Vi tiro sotto una linea, e cominciando dalle parti più piccole sommo le cifre di ciascuna colonna secondo la regola dei numeri interi; e nella somma totale scrivo la virgola in colonna con le altre.*

Esempio. — Sommare i numeri 2,795; 0,946; 9,72.

	2,795
	0,946 *poste*
	9,72
Somma	13,461

Comincio dalla destra, e dico: 6 e 5, 11; scrivo 1 (un millesimo) e ritengo 1 (un centesimo); passo alla colonna dei centesimi, e dico: 2 e 1 che ho ritenuto 3 e 4, 7 e 9, 16; scrivo 6 (sei centesimi) e ritengo 1 (un decimo); vengo alla colonna dei decimi, e dico: 7 e 1 che ho ritenuto 8 e 9, 17 e 7, 24; scrivo 4 (quattro decimi) e ritengo 2 (due unità); finalmente nella colonna delle unità dico: 9 e 2 che ho ritenuto 11 e 2, 13; scrivo 13 tutt'intiero; pongo la virgola in colonna colle altre, ed ho per somma 13,461.

Domande. — 38. Esponete la regola per sommare i *numeri decimali.*

ESERCIZI.

I. *Sommare i seguenti numeri:*

78,08	37	276,40	36,467
7,96	9,36	38,09	49,29
823,548	8,784	195	0,101
0,05	45	276,76	0,1024
50,042	0,071	0,85	6,1
....	....	....	....

II. *Eseguire l'addizione indicata nei seguenti esempi:*

1° 2,25 + 4,38 + 0,75 + 2,89 + 7,34 + 8,95 =
2° 0,354 + 0,389 + 0,754 + 0,839 + 0,896 + 0,278 =
3° 782,50 + 796,95 + 497,86 + 175,79 + 4,02 + 3,4 =
4° 0,27 + 0,375 + 0,498 + 0,727 + 37 + 2 =
5° 245 + 49 + 5,5 + 0,0075 + 749,81 + 67 + 9 =

PROBLEMI.

I. Un tale pagò lire 1278,75 a conto di un suo debito, e deve ancora L. 1906,25: di quanto era debitore?

II. Nel rivendere una casa lire 17850 si fece una perdita di lire 2867,25: quanto aveva costato cotal casa?

III. Un padre di famiglia ha sei note da pagare: deve al panattiere L. 58,35; al macellaio L. 37,80; al calzolaio L. 13; al sarto L. 27,25; al droghiere L. 15,70: quanto ha da sborsare in totale?

IV. Un operaio fece in 20 giorni metri 47,50 di lavoro, e ricevette L. 145,50; in 16 altri ne fece 36,80 e ricevette L. 98,75; finalmente in altri 24 ne fece 59,50 e ricevette L. 172,20. Quanti giorni ha lavorato? Quanti metri di lavoro ha fatto? Quanto ha guadagnato?

V. Calcolare la spesa di casa per settimana indicando: 1° la spesa totale giornaliera, che si scriverà in capo alla prima colonna a destra; 2° la spesa settimanale delle diverse provvigioni, che si scriverà sotto le rispettive loro colonne; 3° la spesa totale di tutte le provvigioni della settimana, che si scriverà in fondo alla prima colonna a destra.

GIORNI	PANE	CARNI	VINO	LEGUMI	LEGNA	SPESE diverse	SPESA TOTALE GIORNALIERA
DOMENICA	6,45	5,20	....	0,85	....	3,05	
LUNEDÌ. .	3,25	2,80	18,00	0,90	12,30	3,05	
MARTEDÌ .	4,70	4,95	....	1,20	....	2,40	
MERCOLEDÌ	2,40	2,50	....	1,35	....	1,70	
GIOVEDÌ .	5,00	3,45	....	2,25	....	2,85	
VENERDÌ .	5,75	3,20	....	3,80	....	0,90	
SABATO. .	4,05	1,80	....	4,00	1,80	0,15	
Totali della settimana.							

SOTTRAZIONE.

39. La **sottrazione** *è l'operazione che si fa per levare un numero da un altro della stessa specie.*

E levare un numero da un altro significa levare **dal maggiore** *dei due numeri dati tante unità, decine, centinaia.... o decimi, centesimi.... quante sono le unità, le decine, le centinaia.... i decimi, i centesimi....* **del numero minore**.

Il numero maggiore si chiama **minuendo**, perchè è quello che si deve diminuire.

Il numero minore si chiama **sottraendo**, perchè è quello che si deve sottrarre o levare.

Il numero che risulta dalla sottrazione, si chiama **resto** o **differenza.**

40. **Prova della sottrazione.** — *Sommo il resto col sottraendo, e devo ottenere il minuendo: perchè il resto è ciò che manca al sottraendo per uguagliare il minuendo.*

Oppure: *Sottraggo il resto dal minuendo, e devo ottenere il sottraendo: perchè il resto è ciò che il minuendo ha di più del sottraendo.*

Casi della Sottrazione.

Caso I.

Sottrarre un numero di una cifra da un altro, quando la differenza è numero di una cifra.

41. Regola. — *Osservo qual numero conviene aggiugnere al sottraendo per uguagliare il minuendo; quel numero è la* differenza *o* resto.

Così $5 - 2 = 3$: perchè 3 è il numero che conviene aggiugnere al sottraendo 2 per avere il minuendo 5.

Domande. — 39. Che cosa è la *Sottrazione?* — Come si chiama il numero *maggiore?* ...il *minore?* ...il *risultato?* — 40. Come si fa la *prova* della sottrazione? — 41. Come fate a sottrarre un *numero* di *una cifra* da un altro, quando la differenza è numero di *una cifra?*

ESERCIZI.

Eseguire la sottrazione ne' seguenti esempi.

5—2=	9—3=	10—3=	11—5=	13—7=	14—8=
6—4=	9—5=	10—4=	11—6=	13—6—	14—9=
7—2=	9—7=	10—6=	12—4=	13—4=	14—6=
7—3=	9—6=	10—7=	12—5=	13—8=	15—8=
8—5=	9—0=	11—2=	12—7=	13—9=	15—9=
9—4=	9—2=	11—4=	12—3=	14—7=	16—7=

PROBLEMI.

I. La differenza di due numeri è 4; uno di essi è 9: qual è l'altro?
II. Di 16 lire che uno ha, ne spende 7: quante gliene restano?
III. Adelina ha 7 anni: in capo a quanti anni ne avrà 16?
IV. Pieruccio ha 10 anni: che età aveva 6 anni fa?
V. La somma di tre numeri è 18; il primo è 5, il secondo 9: qual è il terzo?

Caso II.

Sottrarre un numero intero qualunque da un altro numero intero.

42. Regola. — *Scrivo il minuendo e poi il sottraendo in colonna; vi tiro sotto una linea, e sottraggo successivamente le unità, le decine, le centinaia.... del sottraendo dalle unità, decine, centinaia.... del minuendo, e scrivo sotto ciascuna colonna i resti parziali ottenuti: il numero che ne risulta, darà il resto totale.*

In fatti la differenza di due numeri è uguale alla somma delle differenze tra le unità, le decine, le centinaia... dell'uno, e le unità, le decine, le centinaia... dell'altro.

Esempio. — Da 4865 sottrarre 2542.

Scrivo i due numeri nella maniera convenuta; e cominciando dalla destra dico: 5 meno 2, 3...; 6 meno 4, 2...; 8 meno 5, 3...; 4 meno 2, 2. Il resto è 2323.

```
  4865
— 2542
  2323
```

Se qualche cifra del minuendo è minore della sua corrispondente del sottraendo, io aggiungo 10 *a cotal cifra del minuendo, e considero la cifra seguente del sottraendo accresciuta di un'unità.*

Il qual modo di operare è fondato sul principio che la differenza

Domande. — 42. Esponete la regola per sottrarre un *numero intero* da un altro. — Che cosa s'ha da fare, se qualche *cifra* del *minuendo* è *minore* della sua corrispondente del *sottraendo*?

di due numeri non cambia coll'aumentar l'uno e l'altro di una medesima quantità. Ora le dieci unità aggiunte alla cifra del minuendo valgono appunto l'unità che si aggiunge alla cifra seguente del sottraendo.

Esempio. — Da 4091 sottrarre 675.

Dico: 5 da 1 non si può sottrarre; aggiungo 10 unità all'unità del minuendo, ed ho 11; 5 da 11, 6... Avendo aggiunto 10 unità, ossia *una* decina al minuendo, devo anche aggiugnere *una* decina al sottraendo; e così invece di 7 da 9 dirò: 8 da 9, 1. E proseguo: 6 da 0 non si può sottrarre, vi aggiungo 10 ed ho 10; 6 da 10, 4. E come ho aggiunto 10 centinaia, ossia *un* migliaio al minuendo, devo anche aggiugnere *un* migliaio al sottraendo, e lo intendo posto sotto la cifra 4 delle migliaia, e dico: 1 da 4, 3. Il resto è 3416.

```
  4091
—  675
  3416
```

Esempio. — Da 4005 sottrarre 2458.

Dico: 8 da 15, 7; 6 da 10, 4; 5 da 10, 5; 3 da 4, 1. Il resto è 1547.

```
  4005
— 2458
  1547
```

Altra Regola. — *Per eseguire le sottrazioni parziali allorchè una qualche cifra del minuendo è minore della sua corrispondente del sottraendo, posso ancora fare così: Aggiungo 10 alla cifra del minuendo, e considero diminuita di uno la cifra che segue a sinistra. E se alla sinistra della cifra accresciuta di 10 vi ha uno o più zeri, considero diminuita di uno la prima cifra significativa che si trova alla sinistra dello zero o dei zeri, e conto come 9 ciascuno di cotesti zeri.*

Esempio. — Da 40610 sottrarre 2640.

Dico: zero meno zero, zero; 4 da 1 non si può sottrarre; scompongo le 6 centinaia in 5 centinaia, più 10 decine; aggiungo codeste 10 decine alla decina, ed ho 11 decine; 11 meno 4, 7; 6 da 5 non si può sottrarre; scompongo le 4 decine di mille in 3 decine di mille, più 10 unità di mille; lascio 9 unità di mille nella colonna delle migliaia al posto dello zero, e tengo una unità di mille; scompongo questa unità di mille in 10 centinaia, e le aggiungo alle 5; e così ho 15 centinaia; 15 meno 6, 9; 9 meno 2, 7; 3 meno 0, 3. Il resto è 37970.

```
  40610
—  2640
  37970
```

ESERCIZI.

Eseguire la sottrazione ne' seguenti esempi.

```
  8975      7688      7640      8400      6000
— 6832    —  799    — 3235    — 3512    — 3476
  ....      ....      ....      ....      ....
```

Domande. — Non avete *altra regola* per eseguire la sottrazione, allorchè qualche *cifra* del minuendo è *minore* della sua corrispondente del sottraendo?

9003	41054	10000	25040	48003
— 7245	— 23165	— 8730	— 17059	— 17055

PROBLEMI.

I. Torquato Tasso nacque in Sorrento nel 1544, e morì in Roma nel 1595: quanti anni visse?

II. Cristoforo Colombo scoprì l'America nel 1492: quanti anni sono?

III. La semenza dei bachi da seta fu recata in Europa l'anno 553 dell'èra volgare: quanti anni sono?

IV. Un campo costò 1645 lire, e fu venduto L. 2040: quanto si è guadagnato nel rivenderlo?

V. Un operaio guadagnò 107 lire nel mese di gennaio, e 97 in febbraio; e spese nei due mesi 89 lire: quanto gli resta?

Caso III.

Sottrarre un numero decimale da un altro numero decimale.

43. Regola. — *Scrivo il minuendo e poi il sottraendo in colonna, e fo la sottrazione come nei numeri interi. Nel resto ottenuto metto la virgola in colonna con le altre, e così separo verso destra tante cifre, quante sono le cifre decimali del termine che ne ha di più. Se il minuendo non ha cifre decimali o ne ha meno del sottraendo, vi aggiungo a destra, o intendo aggiunti tanti zeri, quante cifre decimali esso ha di meno.*

Esempio. — Da 7,45 sottrarre 0,825.

Scrivo i due numeri secondo la regola, e aggiungo o intendo aggiunto un zero a destra del minuendo; e dico: 5 da 10, 5; 3 da 5, 2; 8 da 14, 6; 1 da 7, 6. Separo verso destra con la virgola 3 cifre. Il resto è 6,625.

7,45
— 0,825
6,625

ESERCIZI.

Eseguire la sottrazione ne' seguenti esempi.

70,29	9,45	29	105,25	0,015
— 8,42	— 2,7245	— 0,029	— 4,951	— 0,0015
....	....	....	....	....
28,47	476	284,347	2,784	0,901
— 19	— 0,25	— 37,2	— 0,976	— 0,7015

Domande. — 43. Come si sottrae un *numero decimale* da un altro numero decimale?

PROBLEMI.

I. La somma di due numeri è 785,70; uno di essi è 433,60: qual è l'altro?

II. Una pezza di tela che costava lire 84,75, fu rivenduta lire 66,50: quanto si è perduto?

III. Una persona compera certa mercanzia per lire 35,45; e per pagarla dà un biglietto di banca da lire 100: quanto deve riavere?

IV. Qual numero si deve aggiugnere a 19 millesimi per avere 19 centesimi?

V. Un negoziante rivendè una mercanzia lire 450,75; se l'avesse venduta 30 lire di meno, vi avrebbe guadagnato lire 15,50: quanto gli era costata la mercanzia?

MOLTIPLICAZIONE.

44. La **moltiplicazione** *è l'operazione che si fa per ripetere tante volte un numero, quante sono le unità contenute in un altro.*

Il numero che si ha da ripetere, si chiama **moltiplicando.**

Il numero che indica quante volte si ha da ripetere il moltiplicando, si chiama **moltiplicatore.**

Il numero che risulta dalla moltiplicazione, si dice **prodotto.**

Il moltiplicando e il moltiplicatore hanno comune il nome di **fattori,** perchè *fanno* il prodotto.

I fattori si possono scambiare fra loro, senza che ne venga alterato il prodotto.

Casi della Moltiplicazione.

Caso I.

Moltiplicare un numero di una cifra per un altro anche di una cifra.

45. Regola. — *Sommo tanti numeri eguali al moltiplicando, quante sono le unità del moltiplicatore; la somma trovata è il prodotto ricercato.*

Domande. — 44. Che cosa è la *Moltiplicazione?* — Che cosa è il *moltiplicando?* ... il *moltiplicatore?* ... il *prodotto?*... — 45. Come fate per moltiplicare fra loro numeri di *una cifra sola?*

Così volendo moltiplicare 5 per 4, sommo quattro numeri, ognuno dei quali è 5, e dico: 5 e 5, 10; e 5, 15; e 5, 20; e conchiudo che 5 × 4, ossia 5 ripetuto 4 volte per via di addizione (5 + 5 + 5 + 5) eguaglia 20.

I prodotti di due numeri di una cifra sola, o se si può, di due cifre, fa d'uopo tenerli a memoria; e trovansi ordinatamente disposti nella

TAVOLA DI MOLTIPLICAZIONE.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400

Uso della Tavola di moltiplicazione.

46. *Per trovare il prodotto di due numeri col mezzo della Tavola di moltiplicazione, cerco nella fila superiore uno dei due numeri dati; e da quello discendo fino alla casella*

DOMANDE. — 46. Come si trova col mezzo della *tavola di moltiplicazione* il prodotto di due numeri di una o due cifre?

della fila che comincia per l'altro numero dato; in questa casella v'è il prodotto cercato.

Così per avere il prodotto di 15 per 12, cerco il 15 nella fila superiore, e di qui discendo fino alla casella della fila che comincia per 12; in questa casella trovo 180 che è il prodotto di 15 × 12.

Caso II.

Moltiplicare un numero di più cifre per un altro di una sola cifra, o minore di 20.

47. Regola. — *Scrivo il numero di più cifre, poi l'altro, sì che le unità sieno in colonna; vi tiro sotto una linea, e moltiplico le unità, e successivamente le decine, le centinaia, le migliaia..... del primo pel secondo. Se i prodotti via via ottenuti sono numeri di una cifra sola, scrivo questa al suo posto, secondo l'ordine delle unità che essa esprime. Se qualcuno di tali prodotti è numero di due cifre, scrivo l'ultima al suo posto, e ritengo l'altra per unirla al prodotto seguente. Il numero che risulta dalle cifre esprimenti i prodotti parziali, darà il prodotto totale.*

In fatti col ripetere 2, 3, 4... volte le parti, ossia le unità, le decine, le centinaia... ond'è composto un numero, si viene a ripetere o moltiplicare per 2, per 3, per 4... tutto il numero.

Esempio. — Moltiplicare 4320 per 8.

Scrivo i due numeri secondo la regola, e dico: 8 volte 0, 0; scrivo 0 sotto le unità; 8 volte 2, 16; scrivo l'ultima cifra 6 che esprime le decine, sotto le decine, e ritengo 1 che è un centinaio; 8 volte 3, 24 ed 1 ritenuto, 25; scrivo l'ultima cifra 5, che esprime 5 centinaia, sotto le centinaia, e ritengo 2 che sono migliaia; 8 volte 4, 32 e 2 ritenuti, 34; scrivo 34 tutt'intero: il prodotto è 34560.

```
 4320
  × 8
-----
34560
```

Esercizi.

Eseguire la moltiplicazione ne' seguenti esempi.

7132	9321	534	76450	98765
×3	×5	×6	×7	×9

Domande. — 47. Esponete la regola per moltiplicare un *numero* di *più cifre* per un altro d'*una cifra sola*, e datene la ragione.

ESEMPIO. — Moltiplicare 54321 per 12.

Dispongo i due numeri secondo la regola, e dico: 12 volte 1, 12; scrivo 2, e ritengo 1; 12 volte 2, 24 e 1, 25; scrivo 5, e ritengo 2; 12 volte 3, 36 e 2, 38; scrivo 8, e ritengo 3; 12 volte 4, 48 e 3, 51; scrivo 1, e ritengo 5; 12 volte 5, 60 e 5, 65; scrivo 65. Il prodotto è 651852.

```
 54321
 ×  12
651852
```

ESERCIZI.

Eseguire la moltiplicazione ne' seguenti esempi.

4321	5632	7643	8435	18	19
×11	×13	×14	×15	×16	×17

PROBLEMI.

I. Quanto costano 8 dozzine di fazzoletti a 9 lire la dozzina?

II. Quanto costano 7 dozzine di fazzoletti a 3 lire l'uno?

III. Un operaio in 8 giorni guadagnò 31 lira; e spese 3 lire al giorno: che risparmio ha fatto?

IV. Un operaio guadagna 24 lire per settimana; e ne spende 15: che guadagno fa in 12 settimane?

V. Un droghiere compra 12 miriagrammi di zucchero da lire 12 il miriagramma; 14 miriagr. da lire 14, e 15 miriagr. da lire 15: quanto deve sborsare?

CASO III.

Moltiplicare due numeri di più cifre.

48. REGOLA. — *Scrivo i due numeri in colonna...; quindi moltiplico le unità e successivamente le decine, le centinaia del numero superiore per le unità, decine, centinaia del numero inferiore; e scrivo la prima cifra di ciascun prodotto parziale in colonna colla cifra per la quale si moltiplica. Sommo in ultimo tutti i prodotti parziali, ed avrò il prodotto totale.*

ESEMPIO. — Siano da moltiplicare l'uno per l'altro i due numeri 6542 e 243.

Scrivo come *moltiplicando* il numero 6542 che ha più cifre, poi l'altro che ne ha meno, in colonna, come *moltiplicatore.* E comincio a moltiplicare ciascuna cifra del numero superiore per 3, dicendo: 3

6542.	*moltiplicando.*
243.	*moltiplicatore.*
19626. . . .	*1° prodotto parziale.*
26168.	*2° prodotto parziale.*
13084.	*3° prodotto parziale.*
1589706.	*prodotto totale.*

DOMANDE. — 48. Come fate per moltiplicare *due numeri* di *più cifre*?

volte 2, 6; scrivo 6 sotto la colonna delle unità; 3 volte 4, 12; scrivo 2 sotto la colonna delle decine, e ritengo 1; 3 volte 5, 15 e 1, 16; scrivo 6 sotto la colonna delle centinaia, e ritengo 1; 3 volte 6, 18 e 1, 19; scrivo 19 tutto intero. Il primo prodotto parziale è 19626 unità.

Passo a moltiplicare ciascuna cifra del numero superiore per 4, seconda cifra del moltiplicatore, dicendo: 4 volte 2, 8; scrivo 8 sotto la colonna delle decine: perchè unità moltiplicate per decine non danno meno di decine. 4 volte 4, 16; scrivo 6 sotto la colonna delle centinaia, e ritengo 1; 4 volte 5, 20 e 1, 21; scrivo 1 sotto la colonna delle migliaia, e ritengo 2; 4 volte 6, 24 e 2, 26; scrivo 26 tutto intero. Il secondo prodotto parziale è 26168 decine.

Finalmente moltiplico ciascuna cifra del numero superiore per 2, terza cifra del moltiplicatore, dicendo: 2 volte 2, 4; scrivo 4 sotto la colonna delle centinaia: perchè unità moltiplicate per centinaia non danno meno di centinaia; 2 volte 4, 8; scrivo 8 sotto la colonna delle migliaia; 2 volte 5, 10; scrivo 0, e ritengo 1; 2 volte 6, 12 e 1, 13; scrivo 13 tutto intero. Il terzo prodotto parziale è 13084 centinaia. Sommo i tre prodotti parziali, ed ho 1589706 per prodotto totale.

ESERCIZI.

Eseguire la moltiplicazione ne' seguenti esempi.

543	654	765	8765	12345	67890
×43	×65	×78	×94	679	4567

PROBLEMI.

I. Quanti giorni dovrebbe impiegare un operaio per fare un lavoro, che 187 operai compierono in 45 giorni?

II. Quanto deve sborsare un droghiere per 456 miriagrammi di caffè da lire 37 il miriagramma?

III. 29 operai lavorarono 38 settimane; e ciascuno ricevette 27 lire per settimana: che somma vi volle per pagare il lavoro da essi fatto?

IV. Una pezza di panno di 125 metri costò 2345 lire; e fu venduto 24 lire il metro: quanto si è guadagnato?

V. In una officina lavorano 96 operai; 15 hanno ciascuno 8 lire di paga al giorno; 25 hanno 7 lire; 18 hanno 6 lire; 11 hanno 5 lire; e gli altri 3 lire: che somma vi vuole per pagare la quindicina a tutti questi operai?

VI. Quanti aranci vi ha in 24 casse, ciascuna delle quali ne contiene 18 dozzine?

VII. Un impiegato che ha 195 lire di stipendio al mese, paga L. 75 mensili per la pensione; L. 35 mensili per l'alloggio; e spende 647 lire in vestimenta: quanto risparmia in un anno?

VIII. Una pezza di panno di 29 metri fu pagata lire 17 il metro; ed un'altra di 27 metri fu pagata lire 16; la spesa di dogana fu di 25 lire per pezza; e quella di trasporto lire 12 in tutto. Il panno fu rivenduto lire 19 il metro: si trovi la perdita o il guadagno fatto.

Casi particolari.

Caso I.

Il moltiplicando ed il moltiplicatore hanno dei zeri fra le cifre significative.

49. Regola. — *Se i zeri si trovano fra le cifre significative del moltiplicando, opero su questi, come sulle altre cifre; e scrivo zero al prodotto, se niente si è ritenuto della moltiplicazione precedente.*

Se i zeri si trovano fra le cifre significative del moltiplicatore, non fo per essi alcuna moltiplicazione.

Esempio. — Siano da moltiplicare l'uno per l'altro i due numeri 3008 e 2047.

Scrivo per moltiplicando il numero che ha più cifre significative, poi l'altro che ne ha meno, in colonna; e dico: 8 volte 7, 56; scrivo 6 sotto le unità, e ritengo 5; 8 volte 4, 32 e 5, 37; scrivo 7 sotto le decine, e ritengo 3. 8 volte 0, 0 e 3 ritenuti, 3; scrivo 3 sotto le centinaia. 8 volte 2, 16; scrivo 16 tutto intero. Non fo la moltiplicazione di 2047 per 0: perchè il prodotto parziale che ne risulterebbe, saria composto da una serie di zeri senza valore. Per lo stesso motivo non fo la moltiplicazione per l'altro zero; e passo senz'altro a moltiplicare ciascuna cifra del moltiplicando per 3; e dico: 3 volte 7, 21; scrivo 1 in colonna con la cifra 3 per la quale moltiplico (perchè unità moltiplicate per migliaia non danno meno di migliaia) e ritengo 2; e così di seguito. Sommo i due prodotti parziali; ed ho 6.157.376 per prodotto totale.

```
   2047
   3008
   ----
  16376
6141
-------
6157376
```

ESERCIZI.

Eseguire la moltiplicazione ne' seguenti esempi.

701	804	7005	527	7060	36078
×96	×85	×704	×8006	×402	×4009

PROBLEMI.

I. Quanto costano 403 chilogrammi di mercanzia a lire 23 il chilogramma?

II. Un macellaio comprò in un anno 4008 vitelli, pagandoli in media lire 106 l'uno: quanto ha dovuto sborsare?

III. Una famiglia guadagna lire 205 al mese, e ne spende 406 per trimestre: quanto guadagna all'anno? quanto spende? quanto risparmia?

IV. In una officina lavorano 104 operai, ciascuno dei quali riceve

Domande. — 49. Come fate la moltiplicazione, quando moltiplicando e moltiplicatore hanno dei *zeri* fra le *cifre significative?*

2085 lire all'anno; il lavoro da essi fatto fruttò al padrone 360000 lire: dite quanto abbia costato il lavoro dei detti operai, e che guadagno abbia dato al padrone.

CASO II.

Il moltiplicando è un numero intero qualunque; ed il moltiplicatore è l'unità seguita da uno o più zeri, ossia 10, 100, 1000...

50. REGOLA. — *Aggiungo a destra del moltiplicando tanti zeri, quanti ne ha il moltiplicatore; e l'operazione è fatta.*

Così 15 × 10 = 150; 25 × 100 = 2500.

In fatti coll'aggiugnere un zero, due zeri, tre zeri... a destra di un numero intero, si fa avanzare ciascuna delle sue cifre di uno, di due, di tre... ordini verso sinistra, dove esse hanno un valore dieci, cento, mille... volte maggiore.

ESERCIZI.

Eseguire la moltiplicazione ne' seguenti esempi.

10 × 10 =	100 × 10 =	111 × 100 =	100 × 100 =
25 × 10 =	250 × 10 =	125 × 100 =	1000 × 1000 =

PROBLEMI.

I. Uno scudo d'argento pesa 25 grammi: quanti grammi pesano 10 scudi? 100 scudi? 1000 scudi?

II. Un bambino dorme 10 ore al giorno: quante ore avrà dormito in un anno?

III. Un tale ha 18 pezze d'oro da lire 10; spende lire 85: quanto gli resta?

IV. In un podere vi ha 10 file di gelsi, e 25 gelsi per fila, che diedero 100 chilogrammi di foglia ciascuno: quanti gelsi vi ha nel podere? quanti chilogrammi di foglia diedero in totale?

V. Un tale comprò una casa per lire 39675; diede a conto 375 biglietti di banca da lire 10; 204 da lire 100 e 5 da lire 1000: quanto ha dato a conto? quanto gli resta da pagare pel saldo?

CASO III.

Il moltiplicando ed il moltiplicatore finiscono in 0.

51. REGOLA. — *Lascio da parte i zeri finali, e fo la moltiplicazione dei numeri restanti. A destra poi del prodotto ottenuto scrivo tanti zeri, quanti erano i zeri finali nell'uno e nell'altro fattore.*

DOMANDE. — 50. Come fate la moltiplicazione, quando il *moltiplicatore* è *10, 100, 1000?* — 51. Come fate per moltiplicare due numeri *interi* finienti in zero? Date la ragione della regola.

ESEMPIO. — Moltiplicare 30 per 20.

Trascuro i zeri finali, e moltiplico 3 per 2. A destra del prodotto 6 scrivo due zeri; e così ho il prodotto di 30 per 20 uguale a 600.

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times\ 20 \\ \hline 600 \end{array}$$

In fatti, col trascurare i zeri finali, il moltiplicando 30 è reso 10 volte minore, e così pure è reso 10 volte minore il moltiplicatore 20; onde il prodotto di 3 per 2, ossia 6 è 100 volte minore del vero. Si ridurrà questo prodotto al suo giusto valore, moltiplicandolo per 100; il che appunto si ottiene aggiungendogli due zeri a destra.

ESERCIZI.

Eseguire la moltiplicazione ne' seguenti esempi.

300	720	90	200	130	3600
× 8	× 90	× 70	× 50	× 120	× 4500

PROBLEMI.

I. Un panattiere compra 300 sacca di grano a lire 20 il sacco: quanto spende?

II. Un negoziante compra 390 quintali di mercanzia a lire 30 il quintale; e la rivende lire 40: quanto ci guadagna?

III. Una ruota fa 720 giri per minuto: quanti ne avrà compiuti in 2 ore e mezzo?

IV. Il mese lunare è di 29 giorni, 12 ore e 43 minuti: di quanti minuti è il mese lunare?

V. Un mercante compra 560 metri di panno a lire 20 il metro; e lo rivende lire 27: quanto ha pagato per il panno? quanto ha ricavato nel rivenderlo? quanto ci ha guadagnato?

CASO IV.

Moltiplicazione dei numeri decimali.

1° — Moltiplicare un numero od una frazione decimale per 10, 100, 1000, ecc.

52. REGOLA. — *Trasporto la virgola di* un *ordine, di* due *ordini, di* tre *ordini... a destra del posto che essa prima occupava; e così il numero è moltiplicato per 10, ovvero per 100, ovvero per 1000...*

Così 1,25 × 10 = 12,5; 1,25 × 100 = 125.

Quando il numero da moltiplicare non ha tante cifre decimali, quante son necessarie per fare la voluta trasposizione della virgola, si supplisce con zeri alle cifre decimali mancanti.

Così 1,25 × 1000 = 1,250 × 1000 = 1250.

DOMANDE. — 52. Come fate per moltiplicare un *numero decimale* per *10, 100, 1000?*

ESERCIZI.

Eseguire la moltiplicazione ne' seguenti esempi.

7,2 × 10 = ...	0,3 × 100 = ...	0,2 × 1000 = ...
1,40 × 10 = ...	0,020 × 100 = ...	0,355 × 1000 = ...
0,005 × 10 = ...	0,01 × 100 = ...	1,36 × 10000 = ...

PROBLEMI.

I. Quanto si deve pagare per 10 metri di panno a lire 15,75 il metro?

II. Per 100 miriagrammi di uva a lire 2,85 il miriagramma, quanto si deve pagare?

III. Un oprante tessitore è pagato a ragione di lire 0,75 per ogni metro di tela che egli fa; in un anno ha fatto 1000 metri: quanto ha ricevuto?

IV. Quanto bisogna pagare per 100 litri di olio a lire 1,45 il litro?

V. Un operaio ha lire 2,25 di paga al giorno; e viene pagato ogni dieci giorni: quanto riceve volta per volta?

2° — Moltiplicare un numero decimale per un numero intero o decimale.

53. Regola. — *Moltiplico fra loro i due numeri senza badare alle virgole; e nel prodotto ottenuto separo con la virgola tante cifre verso destra, quante sono le cifre decimali del moltiplicando e del moltiplicatore.*

Esempio. — Moltiplicare 5,4 per 0,3.

Non bado alla virgola, moltiplico 54 per 3; e nel prodotto 162 separo due cifre verso destra, ed ho 1,62 per vero prodotto.

$$\begin{array}{r} 5{,}4 \\ \times\ 0{,}3 \\ \hline 1{,}62 \end{array}$$

Quando il prodotto ottenuto non contiene tante cifre, quante sono necessarie per farne la debita separazione verso destra, vi si supplisce con zeri che si scrivono a sinistra di esso prodotto.

Esempio. — Moltiplicare 0,1 per 0,1.

Non bado alla virgola, e dico: 1 volta 1, 1; scrivo 1. E dovendo separare due cifre verso destra, perchè due sono le cifre decimali nei due fattori, metto uno zero a sinistra del prodotto 1, per poter separare due cifre; e poi un altro zero che tenga il posto delle unità. Onde 0,1 × 0,1 = 0,01.

$$\begin{array}{r} 0{,}1 \\ \times\ 0{,}1 \\ \hline 0{,}01 \end{array}$$

In fatti abbiano per es. i due fattori una cifra decimale ciascuno; col trascurare le virgole, il moltiplicando diventa 10 volte più grande;

Domande. — 53. Esponete la regola per moltiplicare un *numero decimale* per un *altro numero intero o decimale*, e datene la ragione.

e parimenti 10 volte più grande diventa il moltiplicatore; ed il loro prodotto sarà perciò 100 volte più grande del vero. Separando in questo prodotto due cifre verso destra con la virgola, esso si rende 100 volte più piccolo: cioè si riduce al suo giusto valore.

ESERCIZI.

Eseguire la moltiplicazione ne' seguenti esempi.

3,6	9,02	0,01	0,3	7,0403
× 4,07	× 0,45	× 0,1	× 0,3	× 0,65
0,325	79	0,47	0,001	0,4789
× 0,3005	× 0,37	× 0,007	× 0,001	× 0,23

PROBLEMI.

I. Quanto si deve pagare per 3 dozzine di bicchieri a lire 0,35 l'uno?

II. Ho comperati 182 metri di tela a lire 2,40 il metro; e 167 metri di fustagno a lire 0,35 il metro: che spesa ho fatto?

III. Un giovane fuma ogni dì 2 sigari da 5 centesimi l'uno; e beve ogni mattina un bicchierino di rosolio da 15 centesimi: quanto spende in un anno pei sigari? quanto pel rosolio? quanto in totale?

IV. Un cappellaio fa venire da Firenze 10 dozzine di cappelli di paglia a lire 6,50 l'uno; paga pel trasporto lire 28,15; e li rivende l'un per l'altro lire 8,25: che guadagno vi fa?

V. Un ragazzetto comprò sei dozzine di scatole di fiammiferi a L. 0,90 la dozzina; e rivendè le scatole 10 centesimi l'una: che guadagno vi ha fatto?

VI. Per 12 seggiole e 1 seggiolone si pagarono lire 78,25; le seggiole costarono lire 4,80 l'una: quanto costò il seggiolone?

VII. Un operaio che ha lire 2,25 di paga al giorno, sciupa la festa in gozzoviglie quanto guadagna in 3 giorni di lavoro: quanto avrà sciupato in totale nelle 65 feste dell'anno?

VIII. Il suono nell'aria (0°) percorre 333 metri per minuto secondo: a che distanza si è da un cannone, la cui detonazione si sente 8 minuti secondi e mezzo dopo l'esplosione?

DIVISIONE.

54. La **divisione** *è l'operazione che si fa per dividere un numero in tante parti uguali, quante sono le unità contenute in un altro*; ossia *per trovare quante volte un numero è contenuto in un altro.*

DOMANDE. — 54. Che cosa è la *Divisione?*

Per es. Dividere 12 per 3 significa fare del 12 tre parti uguali; ossia trovare quante volte il 3 è contenuto nel 12.

Il numero che si ha a dividere in parti uguali, si chiama **dividendo**.

Il numero che indica quante parti uguali si hanno a fare del dividendo, si chiama **divisore**.

Il numero che risulta dalla divisione, ed esprime quante parti uguali al divisore si trovano nel dividendo, si dice **quoziente**.

55. La divisione si può effettuare per via della sottrazione ordinaria.

Così volendo dividere 6 per 2, cerco quante volte 2 può essere sottratto da 6: trovo che può essere sottratto 3 volte esattamente; e conchiudo che 6 contiene 3 volte il 2; ossia che 6 : 2 = 3.

In questo caso il quoziente dicesi **completo**.

Parimenti, volendo dividere 7 per 2, cerco quante volte 2 può essere sottratto da 7; trovo che può essere sottratto 3 volte coll'avanzo di 1; e conchiudo che il 7 contiene bensì 3 volte il 2; ma non esattamente, perchè vi ha l'avanzo di 1 da dividersi ancora per 2.

In questo caso il quoziente dicesi **incompleto**.

56. La maniera di fare la divisione per mezzo della sottrazione ordinaria sarebbe troppo lunga nella pratica, soprattutto allorquando grande è il quoziente che si cerca: l'arte di abbreviare l'operazione è l'oggetto della *divisione* propriamente detta.

Principali casi della Divisione.

Caso I.

Dividere un numero di una o due cifre per un altro di una cifra, quando il quoziente è anche di una cifra.

57. Regola. — *Cerco quante volte il divisore è contenuto nel dividendo*; ossia *per qual numero bisogna moltipli-*

Domande. — Che cosa è il *dividendo?* ...il *divisore?* ...il *quoziente?* — 55. Con *quale operazione* potrebbesi effettuare la *divisione?* — 56. Perchè la divisione *non si fa* d'ordinario col mezzo della sottrazione? — 57. Come fate per dividere un *numero* di *una* o *due cifre* per un altro di *una cifra*, quando il *quoziente* è anche di *una cifra?*

care il divisore per avere il dividendo; cotal numero è il quoziente **completo** *cercato.*

Così 56 : 7 = 8; perchè 8 volte 7 fa 56.

Se il divisore non è esattamente contenuto nel dividendo, osservo per qual numero sia da moltiplicare il divisore per avere un prodotto che più si avvicini al dividendo, senza oltrepassarlo; cotal numero è il quoziente **incompleto** *cercato.*

Così 65 : 9 = 7 coll'avanzo di 2 ; perchè 7 volte 9 + 2 = 65.

ESERCIZI.

1° *Eseguire la divisione ne' seguenti esempi e darne la ragione.*

1 : 1 =	10 : 2 =	18 : 9 =	27 : 9 =	35 : 7 =	54 : 6 =
2 : 0 =	12 : 3 =	20 : 5 =	28 : 7 =	40 : 8 =	56 : 8 =
3 : 3 =	12 : 2 =	20 : 4 =	28 : 4 =	42 : 7 =	63 : 9 =
0 : 5 =	14 : 7 =	21 : 7 =	30 : 6 =	45 : 9 =	63 : 7 =
6 : 2 =	15 : 5 =	24 : 6 =	36 : 6 =	48 : 6 =	64 : 8 =
8 : 4 =	16 : 2 =	24 : 3 =	36 : 9 =	49 : 7 =	72 : 8 =
9 : 3 =	18 : 6 =	25 : 5 =	32 : 8 =	54 : 9 =	81 : 9 =

2° *Eseguire la divisione ne' seguenti esempi e dirne l'avanzo.*

3 : 2 =	11 : 5 =	24 : 7 =	40 : 6 =	35 : 6 =	70 : 9 =
5 : 3 =	14 : 4 =	28 : 5 =	43 : 8 =	55 : 9 =	75 : 8 =
7 : 4 =	18 : 5 =	30 : 7 =	49 : 8 =	62 : 8 =	82 : 9 =
8 : 3 =	22 : 6 =	31 : 8 =	50 : 7 =	65 : 7 =	89 : 9 =

PROBLEMI.

I. Tre ragazzi di egual età hanno insieme 27 anni: qual è l'età di ciascuno?

II. Cesarino aveva 24 soldi; ne spese 6 in carta; e distribuì gli altri in parti uguali a 3 poveri: quanto si ebbe ciascun povero?

III. Un operaio lavorò 16 giorni a lire 3 al giorno; e col danaro ricevuto comprò metri 6 di stoffa: quanto la pagò al metro?

IV. Pierino dice che con 38 noci si possono fare almeno 9 castelline: dice egli giusto?

Caso II.

Dividere un numero di più cifre per un altro di una o più cifre.

58. Regola. — *Separo a sinistra del dividendo tante cifre, quante sono necessarie e bastano per contenere tutto il divisore. Divido pel divisore il numero espresso da queste*

Domande. — 58. Come fate per dividere un *numero* di *più cifre* per un altro di *una o più cifre?*

cifre; e scrivo a suo luogo la cifra ottenuta per quoziente. Moltiplico il divisore per questa cifra, e sottraggo il prodotto da quel primo dividendo parziale. Alla destra del resto abbasso la cifra seguente del dividendo; e divido pel divisore il numero che ne risulta, e ne scrivo la cifra a destra di quella già ottenuta. Moltiplico il divisore per questa cifra, e sottraggo il prodotto dal secondo dividendo parziale. E così di seguito, finchè non vi siano più cifre da abbassare.

Avvertenza. — In ciascuna divisione *parziale* non si ha da avere che una *sola* cifra per quoziente; perciò il divisore non può mai essere contenuto più di 9 volte in ciascuno dei dividendi parziali. Ove il divisore venisse moltiplicato per un quoziente parziale maggiore di 9, per esempio per 10, si avrebbe un prodotto sempre maggiore del dividendo parziale, e riuscirebbe impossibile la sottrazione.

Esempio 1°. — Dividere 25640 per 8.

25640	8
24	3205
16	
16	
0040	
40	
0	

Scrivo il dividendo, e a sua destra il divisore. Tiro fra l'uno e l'altro una lineetta d'alto in basso, ed un'altra ne conduco sotto il divisore per separarlo dal quoziente. Prendo a sinistra del dividendo due cifre, perchè una non basta a contenere il divisore; e così ho 25 migliaia per primo dividendo parziale; e dico 8 in 25 sta 3 volte; scrivo 3 nel luogo del quoziente, fo il prodotto di 8 per 3, e lo sottraggo da 25, e viene per resto 1. A destra di questo resto abbasso la seguente cifra 6 del dividendo, e così ho 16 centinaia per secondo dividendo parziale; e dico: 8 in 16 sta due volte, scrivo 2 nel luogo del quoziente; fo il prodotto di 8 per 2, e lo sottraggo da 16, e viene per resto 0. A destra di questo resto abbasso la cifra 4, e così ho 4 decine per terzo dividendo parziale; e dico: 8 in 4 sta zero volte; scrivo 0 al quoziente, e abbasso senz'altro a destra del 4 l'ultima cifra 0 del dividendo, e così ho 40 unità per quarto dividendo parziale; e dico: 8 in 40 sta 5 volte, scrivo 5 al quoziente; fo il prodotto di 8 per 5, e lo sottraggo da 40, e viene per ultimo resto 0: onde conchiudo che $25640 : 8 = 3205$.

Ragione della regola. — Il dividendo 25640 è stato scomposto in 24 migliaia + 16 centinaia + 0 decine + 40 unità; ciascuna di queste parti fu divisa per 8: dunque fu anche diviso per 8 l'intero dividendo.

Esempio 2° — Dividere 988 per 26.

988	26
78	38
208	
208	
0	

Prendo a sinistra del dividendo due cifre: perchè due son necessarie e bastano per contenere tutto il divisore; e così ho 98 per primo dividendo parziale. E per trovare con facilità e sicurezza quante volte 26 è contenuto in 98, mi valgo di questo spediente; dico: il 2 prima cifra del divisore sta 4 volte nel 9

prima cifra del dividendo, coll'avanzo di 1, che coll'8 fa 18 (l'avanzo 1 esprime un centinaio che unito alle 8 decine fa 18 decine); il 6, seconda cifra del divisore, non istà 4 volte in 18; perciò neppure 26 sta 4 volte in 98; onde ripiglio: il 2 in 9 sta 3 volte coll'avanzo di 3 che coll'8 fa 38, il 6 nel 38 sta pure 3 volte; e conchiudo che 26 sta 3 volte in 98; scrivo 3 nel luogo del quoziente; moltiplico, sottraggo; ed ho per resto 20. A destra di questo resto abbasso la terza cifra 8; il numero 208 che ne risulta, è il secondo dividendo parziale; e dico: il 2 nel 20 (non dico il 2 nel 2, perchè il dividendo ha una cifra di più del divisore) starebbe 10 volte; ma in ciascuna divisione parziale non dovendosi avere che una sola cifra per quoziente, dirò: il 2 nel 20 sta 9 volte coll'avanzo di 2, che coll'8 fa 28; il 6 nel 28 non istà 9 volte; perciò neppure il 9 è buono al quoziente; e ripiglio: il 2 nel 20 sta 8 volte coll'avanzo di 4, che coll'8 fa 48; il 6 nel 48 sta 8 volte; e conchiudo che 26 sta 8 volte in 208; scrivo 8 al suo posto nel quoziente; moltiplico, sottraggo; il resto è 0. Il quoziente completo è 38.

ESEMPIO 3° — Dividere 502000 per 250.

Sopprimo nel dividendo e nel divisore un egual numero di zeri finali; e fo la divisione coi numeri che restano; cioè

Divido 50200 per 25.

Il 25 nel 50 sta 2 volte; scrivo 2 al quoziente; moltiplico, sottraggo; ed ho per resto 0. Abbasso il 2; il 25 nel 2 sta zero volte, scrivo 0 al quoziente; e a destra del 2 abbasso lo zero; il 25 in 20 sta zero volte; scrivo 0 al quoziente; e a destra del 20 abbasso l'ultimo zero; il 25 in 200 sta... 8 volte esattamente... Il quoziente è 2008.

```
50200  | 25
50     |----
-----    2008
00200
  200
  ---
    0
```

— Col sopprimere l'ultimo zero nel dividendo e nel divisore si rende l'uno e l'altro numero dieci volte più piccolo; di che ne segue che il nuovo dividendo 10 volte più piccolo deve contenere lo stesso numero di volte il nuovo divisore anch'esso 10 volte più piccolo.

ESERCIZI.

Eseguire la divisione ne' seguenti esempi.

1225 : 5 =	1890 : 14 =	4500 : 150 =
24042 : 6 =	1185 : 15 =	9354 : 454 =
714028 : 7 =	1102 : 19 =	30205 : 863 =
600048 : 8 =	4050 : 45 =	49000 : 700 =
926360 : 9 =	5250 : 75 =	2203392 : 4832 =

PROBLEMI.

I. Una stiratora ha da stirare 108 camicie in 6 giorni: quante dovrebbe stirarne al giorno?

II. Quanti cappelli da 9 lire l'uno si comprano con 2889 lire?

III. Vi vogliono 5 metri di tela per fare un lenzuolo: quante lenzuola si potrebbero fare con 480 metri?

IV. Con L. 544 quanti metri di panno si comprano a 16 lire il metro?

V. Un mercante vendè per 1347 lire una pezza di merletto lunga 7 metri, e vi guadagnò 180 lire: quanto ei l'aveva pagata al metro?

VI. In 6 giorni 7 operai guadagnarono 252 lire: quanto guadagnò al giorno ciascun operaio?

VII. Dodici operai hanno da fare 2448 metri di lavoro: quanti giorni v'impiegheranno, dato che ciascuno ne faccia 2 metri al giorno?

VIII. Un fittaiuolo deve lire 1035: quante sacca di grano da lire 23 il sacco ha da vendere per pagare il suo debito?

IX. Nel tempo che una ruota fa un giro, un'altra ne fa 30: quanti giri farà la prima nel mentre che la seconda ne fa 2100?

X. Metri 40 di panno furono pagati 1280 lire: trovate il prezzo di 68 metri dello stesso panno.

59. **Divisione abbreviata**. — L'operazione della divisione si può abbreviare nella seguente maniera:

Si fa la moltiplicazione di ciascuna cifra del divisore per la cifra del quoziente; ma invece di scriverne i prodotti sotto le cifre del dividendo parziale, si eseguisce mentalmente la sottrazione, e non si scrivono che i resti.

Esempio 1° — Dividere 8625 per 25.

8625	25
112	345
125	

Prendo due cifre a sinistra del dividendo; e dico: 25 in 86 sta 3 volte (si ricorra ove sia bisogno al noto artifizio), scrivo 3 al quoziente, e fo la moltiplicazione: 3 volte 5, 15; e invece di scrivere 5 sotto la cifra 6 del dividendo parziale, fo subito la sottrazione: 5 da 6, 1, e scrivo soltanto il resto 1. 3 volte 2, 6 e 1 ritenuto 7; 7 da 8, 1, scrivo 1 sotto l'8. Abbasso il 2, e dico: il 25 in 112 sta 4 volte; 4 volte 5, 20; 0 da 2, 2; 4 volte 2, 8 e 2 ritenuti 10; 10 da 11, 1... Abbasso il 5. Il 25 in 125 sta 5 volte; 5 volte 5, 25; 5 da 5, 0; 5 volte 2, 10 e 2 ritenuti, 12; 12 da 12, 0. Il quoziente è 345.

Esempio 2° — Dividere 397194 per 686.

397194	686
5419	579
6174	
000	

Prendo quattro cifre... e dico: 686 in 3971 sta... 5 volte...; 5 volte 6, 30; 0 da 1, 1; 5 volte 8, 40, e 3 ritenuti 43; 3 da 7, 4; 5 volte 6, 30, e 4 ritenuti 34; 34 da 39, 5. Abbasso il 9; 686 in 5419 sta 7 volte; 7 volte 6, 42; 2 da 9, 7; 7 volte 8, 56, e 4 ritenuti 60; 0 da 1, 1; 7 volte 6, 42 e 6 ritenuti 48; 48 da 54, 6. Abbasso il 4; 686 in 6174 sta 9... volte; 9 volte 6, 54; 4 da 4, 0; 9 volte 8, 72 e 5 ritenuti 77; 7 da 7, 0; 9 volte 6, 54 e 7 ritenuti 61; 61 da 61, 0. Il quoziente è 579.

Domande. — 59. Come si *abbrevia* la divisione? — Dimostratelo con un esempio.....

ESERCIZI.

Col metodo abbreviativo eseguire la divisione ne' seguenti esempi.

15548 : 36 =	15548 : 432 =	144400 : 475 =
10462 : 43 =	10462 : 234 =	144400 : 302 =
40725 : 75 =	40725 : 543 =	181685 : 895 =

Divisione dei numeri decimali.

60. La divisione dei numeri decimali presenta due casi principali.

1° CASO. — **Il dividendo e il divisore hanno egual numero di cifre decimali.**

61. Regola. — *Tolgo la virgola in ambidue i termini, e fo la divisione come nei numeri interi.*

Così 2,4 : 1,2 = 24 : 12 = 2.
Fo la prova 1,2 × 2 = 2,4.

Ragione della regola. — Col togliere la virgola al dividendo e al divisore, quando hanno egual numero di cifre decimali, l'uno e l'altro vengono moltiplicati per uno stesso numero; e perciò il quoziente non soffre alterazione.

ESERCIZI.

Eseguire la divisione ne' seguenti esempi.

31,5 : 0,7 =	9,25 : 0,37 =	82,50 : 2,75 =	0,1 : 0,1 =
50,4 : 0,6 =	0,36 : 0,04 =	32,13 : 3,57 =	0,01 : 0,01 =
64,8 : 0,9 =	4,14 : 0,23 =	20,706 : 0,238 =	0,005 : 0,005 =

2° CASO. — **Il dividendo e il divisore non hanno egual numero di cifre decimali.**

62. Regola. — *Li riduco allo stesso numero di cifre decimali per via di zeri scritti alla destra del termine che ne ha meno, o ne manca; poi tolgo le virgole, ed opero come nei numeri interi.*

Così 16,9 : 0,13 = 16,90 : 0,13 = 1690 : 13 = 130.

Domande. — 61. Qual è il primo caso della *divisione* dei *decimali?* e quale la regola? — 62. Come fate la divisione quando dividendo e divisore *non hanno egual numero* di cifre decimali?

ESERCIZI.

Eseguire la divisione nei seguenti esempi.

4,5 : 0,25 =	36 : 0,6 =	38,4 : 0,24 =	28,6 : 7,15 =
8,4 : 0,12 =	45 : 2,5 =	63 : 0,84 =	269,8 : 0,19 =
5,1 : 0,34 =	32 : 0,8 =	85,2 : 0,15 =	1,04 : 0,004 =

PROBLEMI.

I. Quanti fazzoletti da lire 0,80 l'uno si comperano con lire 34,40?

II. Quanti metri di tela da lire 0,75 il metro vi vogliono per pagare una veste di lana che vale lire 18,75?

III. Quanti sacchi di grano a L. 24,35 il sacco si hanno con L. 608,75?

IV. Un operaio guadagna lire 4,75 al giorno; e ne spende lire 2,40: in quanti giorni avrà risparmiato tanto da pagare un debito di lire 164,5?

V. Quanti giorni bisogna lavorare a lire 2,40 al giorno per guadagnare 48 lire?

VI. Un operaio che riceveva lire 0,80 al giorno guadagnò 244 lire: quanti giorni ha lavorato?

VII. Una persona spende lire 1,50 al giorno: in capo a quanti giorni avrà speso 300 lire?

VIII. Ogni due minuti e mezzo una fontana dà 176 litri d'acqua: quanti litri ne darà in un giorno?

IX. Quanti chilogrammi pesa un pane di zucchero, che costa 15 e, a lire 1,50 il chilogramma?

X. Quanti litri di vino a L. 0,25 il litro si comprano con L. 45?

Esempi e regole particolari.

I. Il dividendo è un numero decimale, e il divisore è l'unità seguita da uno o più zeri.

63. REGOLA. — *Trasporto la virgola di tanti posti verso sinistra, quanti sono i zeri del divisore; e la divisione è fatta.*

Così 25,20 : 10 = 2,520; 1,40 : 100 = 0,0140.

II. Il dividendo è numero intero, e il divisore è l'unità seguita da uno o più zeri.

64. REGOLA. — *Separo nel dividendo per mezzo della virgola tante cifre verso destra, quanti sono i zeri del divisore; il numero che risulta, è il quoziente.*

Così 15 : 10 = 1,5; 146 : 100 = 1,46.

DOMANDE. — 63. Come fate per dividere un *numero decimale* per 10, 100, 1000? — 64. Come fate per dividere un *numero intero* per 10, 100, 1000?

ESERCIZI.

Eseguire la divisione ne' seguenti esempi.

24,5 : 10 =	124,5 : 100 =	0,75 : 10 =	82 : 10 =
4,5 : 10 =	24,5 : 100 =	0,05 : 100 =	96 : 100 =
0,5 : 10 =	4,5 : 100 =	0,02 : 1000 =	4 : 10 =
0,01 : 10 =	0,2 : 100 =	0,001 : 1000 =	15 : 1000 =

PROBLEMI.

I. Si hanno lire 25,50 da distribuirsi in parti uguali a 10 poveri: quanto si deve dare a ciascuno?

II. Con 540 lire quanti metri di stoffa si comperano a 10 lire il metro?

III. Un merciaiuolo dà 10 aghi per 15 centesimi: quanto si deve pagare per avere 28 di questi aghi?

IV. Qual è il prezzo di 25350 mattoni a lire 21,50 il mille?

V. Un proprietario vende per 513 lire un cavallo che gli era costato lire 480: quanto vi ha guadagnato per 100?

VI. Un panattiere compra 4758 fascine a lire 4,57 ogni cento; e fascine 6358 a lire 43,87 il mille: quanto deve sborsare?

VII. Si comprò dell'olio a lire 2,50 il chilogramma: quanto bisogna rivenderlo per guadagnarvi il 12 per 100?

III. Il dividendo è numero decimale, e il divisore è numero intero.

65. REGOLA. — *Divido il numero decimale secondo la regola dei numeri interi; solo che metto la virgola al quoziente, quando abbasso la prima cifra decimale.*

Abbiasi a dividere 68,40 per 12.

Dico: 12 in 68 sta 5 volte; scrivo 5 al quoziente. Moltiplico, sottraggo, ed ho per resto 8. A destra di questo resto abbasso la prima cifra decimale 4; il dividendo parziale che ne risulta, esprime 84 decimi; il perchè è da mettere la virgola al quoziente. 12 in 84 sta 7 volte...

```
68,40 | 12
60    | 5,70
 84
 84
 00
```

Se il divisore non è contenuto nella parte intera del numero decimale, scrivo 0 al quoziente con la virgola a destra; indi unisco alla parte intera la prima cifra decimale, e fo la divisione secondo la regola ordinaria.

Abbiasi a dividere 12,75 per 25.

Dico: 25 in 12 sta zero volte; scrivo 0 al quoziente con la virgola a destra. Unisco al 12 la prima cifra decimale 7; il numero che ne risulta, esprimerà 127 decimi. Il 25 in 127 sta 5 volte... Il quoziente è 0,51.

```
12,75 | 25
12 5  | 0,51
   25
   25
   00
```

DOMANDE. — 65. Che regola particolare avete per dividere un *numero decimale* per un *numero intero?*

ESERCIZI.

Eseguire la divisione ne' seguenti esempi.

247,8 : 7 =	412,25 : 17 =	8,26 : 14 =	5,440 : 85 =
391,2 : 8 =	339,60 : 24 =	9,92 : 16 =	3,072 : 96 =
688,5 : 5 =	386,65 : 19 =	7,20 : 36 =	4,704 : 98 =

PROBLEMI.

I. Quattro dozzine di fazzoletti costarono lire 172,80: trovate il prezzo di un fazzoletto.

II. Un operaio per 27 giorni di lavoro ricevette lire 74,25: qual era la sua paga giornaliera?

III. Un negoziante compra 158 chilogrammi di certa mercanzia per lire 363,40; la rivende lire 2,50 il chilogramma: quanto vi guadagna per chilogramma?

IV. Di lire 50,40 si vogliono fare 120 parti uguali: dite il valore di una di queste parti.

IV. Il dividendo ha più cifre decimali che non il divisore.

66. REGOLA. — *Trasporto la virgola del dividendo di tanti ordini verso destra, quante sono le cifre decimali del divisore; poi tolgo la virgola al divisore, e fo la divisione come nel caso precedente.*

Abbiasi a dividere 14,625 per 4,5.

Trasporto la virgola del dividendo a destra del 6; poi la tolgo al divisore; e divido 146,25 per 45...; il quoziente è 3,25.

ESERCIZI.

Eseguire la divisione ne' seguenti esempi.

0,02 : 0,1 =	28,84 : 2,8 =	1,755 : 0,39 =
7,56 : 3,6 =	15,70 : 3,5 =	7,9980 : 6,45 =

Problema. — Quanti fazzoletti da lire 3 e mezzo l'uno si possono comprare con lire 73,50?

V. Il dividendo è una frazione decimale, e il divisore un numero intero.

67. REGOLA. — *Scrivo 0 al quoziente con la virgola a destra; indi fo la divisione secondo la regola ordinaria, abbassando a una a una le cifre decimali del dividendo.*

DOMANDE. — 66. Come può farsi la divisione quando il dividendo ha *più cifre decimali* che non il divisore? — 67. Come fate per dividere una *frazione decimale* per un *numero intero?*

Sia 0,36 da dividere per 4.

Dico: 4 in 0 sta zero volte. Scrivo 0 al quoziente con la virgola a destra.... Abbasso il 3; 4 in 3 sta zero volte; scrivo 0 al quoziente. Abbasso il 6; 4 in 36 sta 9 volte; scrivo 9.... il quoziente è 0,09.

0,36	4
36	0,09
00	

ESERCIZI.

Eseguire la divisione ne' seguenti esempi.

0,075 : 5 =	0,210 : 15 =	0,6076 : 49 =	0,00669 : 233 =
0,968 : 8 =	0,075 : 25 =	0,0072 : 36 =	0,02736 : 456 =

Problema. — Qual è il numero che moltiplicato per 3, dà per prodotto 0,915?

VI. Il dividendo è numero decimale, e il divisore è numero intero terminato da zeri.

68. Regola. — *Trasporto la virgola del dividendo di tanti ordini verso sinistra, quanti sono i zeri finali del divisore; poi trascuro questi zeri, e fo la divisione.*

Sia il numero 251,4 da dividere per 60.

Trasporto la virgola a destra del 5; tolgo lo zero al divisore; e così divido 25,14 per 6; il quoziente è 4,19.

Se il dividendo è anch'esso numero intero, separo con la virgola tante cifre verso destra, quanti sono i zeri finali del divisore; trascuro questi zeri, e fo la divisione.

Così 456 : 300 = 4,56 : 3 = 1,52.

ESERCIZI.

Eseguire la divisione ne' seguenti esempi.

94,4 : 80 =	547,20 : 120 =	2,66 : 700 =	1008 : 800 =
87,3 : 90 =	525,28 : 140 =	0,51 : 300 =	144 : 400 =

Problema. — Un operaio in 30 giorni ha guadagnato lire 136,80, e non ne ha speso che 78: qual fu un dì sull'altro la sua spesa?

Valutare in decimali il resto della divisione.

69. *Allorchè la divisione dei numeri interi, ovvero dei numeri decimali ridotti, come sopra si è detto, a numeri interi, lascia un resto, io fo così:*

Domande. — 68. Come si può semplificare la divisione, quando il dividendo è *numero decimale* e il divisore *numero intero* finiente in *zero?* — 69. Come valutate in *decimali* il *resto* della divisione?

Aggiungo uno zero a destra di questo resto, e degli altri successivi che si hanno, e divido pel divisore ciascuno dei dividendi parziali così formati. Lo zero a destra del primo resto intero riduce le unità in decimi; a destra del secondo resto riduce i decimi in centesimi, ecc.

Abbiasi a dividere 50 per 8.

Dico: 8 in 50 sta 6 volte. Moltiplico; sottraggo; ed ho per resto 2. A destra di questo resto 2 aggiungo un zero; e così riduco le 2 unità in 20 decimi; e dico 8 in 20 sta 2 volte, coll'avanzo 4; aggiungo uno zero a destra del resto 4; e così riduco i 4 decimi in 40 centesimi; 8 in 40 sta 5 volte..... Il terzo resto è zero. Il quoziente è 6,25.

50	8
48	6,25
20	
16	
40	
40	
0	

Se il dividendo è numero o frazione decimale, ed il resto esprimesse già decimi, lo zero a destra li ridurrebbe in centesimi; se il resto già esprimesse centesimi, lo zero a destra li ridurrebbe in millesimi, ecc.

Sia da dividere 0,5 per 4.

Dico: 4 in 0 sta zero volte. Scrivo 0 con la virgola a destra; 4 in 5 sta 1 volta, col resto 1; a destra di questo resto aggiungo uno zero, e riduco il decimo in 10 centesimi; il 4 in 10 sta 2 volte, coll'avanzo 2; a destra del resto 2 aggiungo uno zero, e riduco i 2 centesimi in 20 millesimi, ecc. Il quoziente è 0,125.

0,5	4
4	0,125
10	
8	
20	
20	
0	

ESERCIZI.

Eseguire la divisione ne' seguenti esempi:

60 : 8 =	224 : 25 =	19,2 : 8 =	3,6 : 1,5 =	4,83 : 4 =
46 : 5 =	110 : 16 =	33,3 : 9 =	0,3 : 0,4 =	19,1 : 8 =

Problema. — Una pezza di tela di 25 metri costò 80 lire; si vuol rivendere col guadagno del decimo di quanto ha costato: qual dovrà essere il prezzo del metro?

70. *Spesso nel valutare il* **resto** *in decimali, il numero delle cifre decimali riesce* illimitato. *In questo caso il quoziente esatto non si può ottenere sotto forma di numero decimale, e perciò bisogna cercarne un valore* **approssimato** *mediante una o più cifre* **decimali**.

Con **una** *cifra decimale l'approssimazione è* **a meno di**

DOMANDE. — 70. Che s'ha da fare quando, nel valutare il *resto* in decimali, il *numero* delle cifre decimali riesce *illimitato?*

77. Si chiamano **misure effettive** quelle che sono *legalmente* adoperate per la *misurazione* delle diverse quantità.

In generale è misura effettiva ciascuna unità principale, il suo doppio e la sua metà; ciascun multiplo, il suo doppio e la sua metà; ciascun sottomultiplo, il suo doppio e la sua metà; eccetto quelle di dimensioni troppo grandi o troppo piccole.

MISURE DI LUNGHEZZA o LINEARI

Nozioni preliminari di Geometria.

78. Si chiama **Geometria** la scienza che insegna a misurare la **estensione.**

Vi ha tre sorta di estensione: la **linea**, la **superficie**, il **volume.**

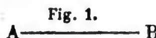
79. La *linea* è l'estensione che ha *una sola dimensione*, cioè *lunghezza.*

Il limite della linea o il luogo d'incontro di due linee si chiama **punto.**

— La linea può essere *retta* o *curva.*

È **retta** la linea che va da punto a punto senza mai deviare nella sua direzione, e segna perciò la vera distanza tra due punti.

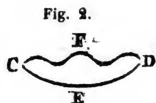
Fig. 1.



AB (fig. 1) è una linea retta.

È **curva** la linea che non è retta in veruna parte della sua lunghezza.

Fig. 2.

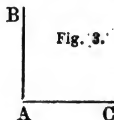


CFD, CED (fig. 2) sono linee curve.

80. Si chiama **angolo** l'apertura più o meno grande di due rette che s'incontrano.

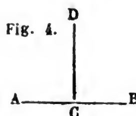
Il punto d'incontro è il **vertice** dell'angolo; e le due rette i **lati.**

L'angolo si nomina con tre lettere; una delle quali è sul vertice, e le due altre sui lati. La lettera del vertice va letta dopo l'una o l'altra lettera dei lati. Basta leggere la lettera del vertice, quando non vi siano altri angoli col vertice nello stesso punto.



BAC (fig. 3) è un angolo. A è il vertice; BA e CA i lati.

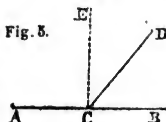
Domande. — 77. Quali si chiamano *misure effettive?* — 78. Che scienza è la *Geometria?* — 79. Che cosa è la *linea?* — Come *può essere* la linea? — 80. Che cosa è un *angolo?*



81. Si chiamano **adiacenti** gli angoli formati da una retta che incontra un'altra retta.

Gli angoli ACD, BCD (fig. 4) sono *adiacenti.*

82. Una retta si dice *perpendicolare* ad un'altra, quando fa con essa gli angoli adiacenti *uguali;* ed *obliqua* quando fa gli angoli adiacenti *disuguali.*



La retta EC (fig. 5) è perpendicolare ad AB, perchè i due angoli adiacenti ACE, BCE sono eguali; e la retta DC è obliqua ad AB, perchè gli angoli adiacenti ACD, BCD sono disuguali.

83. La grandezza di un angolo dipende dall'apertura de' suoi lati, e non dalla loro lunghezza. E secondo l'apertura dei lati l'angolo può essere *retto, ottuso, acuto.*

È **retto** l'angolo formato da una retta perpendicolare ad un'altra.

L'angolo A (fig. 3) è retto; e così pure sono retti gli angoli ACD, BCD (fig. 4).

È **ottuso** l'angolo maggiore del retto.

È **acuto** l'angolo minore del retto.

L'angolo ACD (fig. 5) è *ottuso;* e l'angolo BCD è *acuto.*

La distanza di un punto da una retta va misurata sulla perpendicolare abbassata da quel punto alla retta.

Esercizi di disegno lineare.

1° *Dati due punti, unirli con una linea retta, con linee curve.*

2° *Data una retta, dividerla in 2 parti uguali, in 4, in 8...*

3° *Data una retta, dividerla in 3 parti uguali, in 6.*

4° *Tirare linee rette da sinistra a destra, di alto in basso di lunghezza data, per es. di 1, 2 decimetri, di 2, 3, 4, 5 centimetri.*

Metro lineare—Suoi multipli e sottomultipli.

84. Le **misure** di **lunghezza** servono a valutare l'estensione *in lunghezza.*

Per es. la lunghezza di un nastro, di una pezza di panno; la larghezza di una via; l'altezza di una torre.....

L'unità delle misure di lunghezza è il **metro:** *m.*

DOMANDE. — 81. Quali angoli diconsi *adiacenti?* — 82. Quando è che una *retta* si dice *perpendicolare* ad un'altra? ...*obliqua?* — 83. Come *può essere* l'angolo secondo l'apertura de' suoi lati? — 84. Quali sono le *misure* di *lunghezza?* .. e quale l'*unità* delle misure di lunghezza?

85. È il **metro** la diecimilionesima parte del quarto del meridiano terrestre.

Per avere il metro si misurò un arco del meridiano terrestre che passa per Parigi; e da questa misura si dedusse la lunghezza della quarta parte del meridiano stesso. Cotale lunghezza che fu trovata di 5130740 tese, venne divisa in 10 milioni di parti uguali; ed una di queste parti è il *metro*, dal quale derivano tutte le altre misure del sistema.

— I *multipli* del metro sono:

Il **decametro** *che è una lunghezza*	di 10 metri	*Dm.*
L'**ettometro**	di 100 metri	*Em.*
Il **chilometro**	di 1000 metri	*Chm.*
Il **miriametro**.	di 10000 metri	*Mm.*

Il **chilometro** è preso comunemente quale **unità** per valutare e indicare le *distanze tra paese e paese*, o *la lunghezza delle vie;* e si dice **misura itineraria.**

Per es. Torino dista da Genova di 173 chilometri e mezzo.

— I *sottomultipli* del metro sono:

Il **decimetro**	*che è una lunghezza*	di 1 decimo di un metro	*dm.*
Il **centimetro**	»	di 1 centesimo di metro	*cm.*
Il **millimetro**	»	di 1 millesimo di metro	*mm.*

Misure effettive di lunghezza.

86. Le misure effettive di lunghezza sono:

Il metro;	*Il decametro;*	*Il decimetro;*
Il doppio metro;	*Il doppio decametro;*	*Il doppio decimetro.*
Il mezzo metro;	*Il mezzo decametro;*	

Per comodo degli agrimensori la legge tollera il *triplometro* o *trimetro,* che è una lunghezza di tre metri.

— Le lunghezze si sogliono misurare *direttamente;* perciò si porta la *lunghezza* sul metro, o il metro sulla *lunghezza* capo a capo quante volte ci sta; il numero intero o decimale che ne risulta, è la *misura* della lunghezza data.

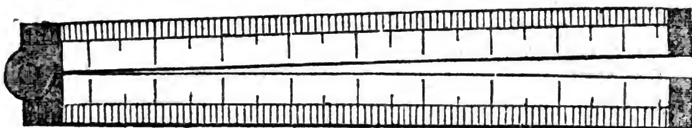
DOMANDE. — 85. Che cosa è il *metro* e quali sono i suoi *multipli?* ...i suoi *sottomultipli?* — 86. Quali sono le *misure effettive* di lunghezza?

— Le misure effettive di lunghezza possono essere di *legno*, di *metallo*, di *avorio.....*, ed avere varie *forme* giusta le prescrizioni legali.

Metro ridotto alla decima dimensione o *decimetro*.



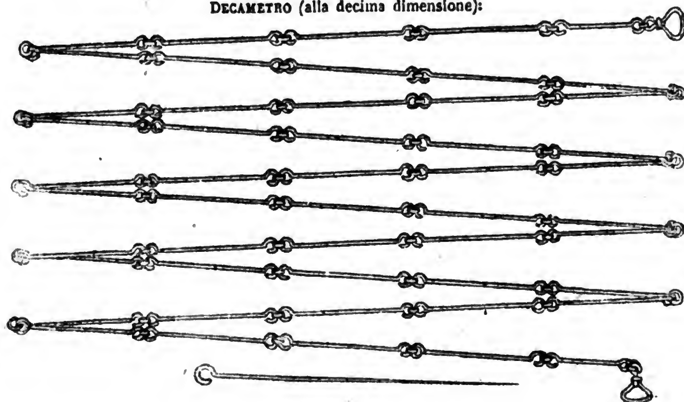
Doppio decimetro a cerniera (dimensione naturale).



Triplometro (alla decima dimensione).



Decametro (alla decima dimensione):



ESERCIZI.

Misurare lunghezze in metri, decimetri, centimetri.
Valutare e misurare distanze in decametri, metri...

Scrivere numeri esprimenti misure di lunghezza.

87. REGOLA. — *I numeri che esprimono metri, multipli e sottomultipli del metro, si scrivono alla maniera dei numeri decimali.*

Preso ad es. il metro per unità, il numero:
Tre decametri, due metri e cinque centimetri si scrive m. 32,05; ovvero $32^{m},05$.

Quando si prende per unità uno dei multipli o sottomultipli del metro, la virgola decimale si scrive a destra della cifra che esprime questo multiplo o sottomultiplo.

Così dodici chilometri e sette metri si scrive: Chm. 12,007; ovvero $12^{chm},007$.

ESERCIZI.

Scrivere in cifre i seguenti numeri.

Otto metri, ventidue centimetri.
Cento otto metri e nove centim.
Due metri e venti millimetri.
Cinque decimetri.
Tre centimetri.
Dodici chilometri, tre metri.
Sette chilometri, tre decametri.
Un miriametro e un chilometro.
Due millimetri.
Duecento metri, sette millimetri.

Leggere numeri esprimenti misure di lunghezza.

88. REGOLA. — *Si legge dapprima la parte scritta a sinistra della virgola col nome dell'unità adottata; indi quella scritta a destra col nome della parte decimale espressa dall'ultima cifra.*

Per es. m. 4,09 si legge *metri* 4 e 9 *centimetri*; e Dm. 4,09 si legge 4 *decametri* e 9 *decimetri*.

ESERCIZI.

Leggere o scrivere in lettere i seguenti numeri.

m. 4,5	m. 0,004	Dm. 3,25	mm. 3,4
m. 8,17	m. 0,055	Em. 0,125	mm. 0,12
m. 12,008	m. 0,001	Chm. 7,240	cm. 2,6

DOMANDE. — 87. Come si *scrivono* i numeri esprimenti misure di lunghezza? — 88. Come si *leggono* i numeri esprimenti misure di lunghezza?

Riduzione delle misure lineari di un ordine in quelle di altro ordine.

89. Regola. — *Riduco le misure lineari di ordine superiore in quelle di ordine inferiore*, moltiplicando *il numero che le esprime, per 10, per 100, per 1000.... secondo che l'unità dell'ordine superiore vale 10, 100, 1000.... unità dell'ordine inferiore.*

Per es. metri 3,25 = decimetri 3,25 × 10 = dm. 32,5.

Riduco le misure lineari di ordine inferiore in quelle di ordine superiore, dividendo *il numero che le esprime, per 10, 100, 1000... secondo che vi vogliono 10, 100, 1000... unità dell'ordine inferiore per farne una dell'ordine superiore.*

Per es. metri 112,5 = decametri 112,5 : 10 = Dm. 11,25.

ESERCIZI.

1° *Rispondere alle seguenti domande:*

In metri 36 quanti decimetri vi ha? quanti centimetri?
In ettom. 4,25 quanti decametri? quanti metri? centimetri?
In chilom. 2,325 quanti ettom.? Dm.? m.? dm.? cm.?
In miriametri 3,45 quanti chilom.? ettom.? m.? dm.?
In metri 3543 quanti decametri vi ha? ettom.? chilom.? Mm.?
In decimetri 25 quanti metri vi ha?

2° *Sommare i seguenti numeri, prendendo per unità il metro.*

15 metri; 9 decam.; 35 chilom.; 10 decim.; 5 centim; 24 ettom.; 12 millim.; 72 miriam.

3° *Sommare i seguenti numeri, prendendo per unità il chilometro.*

20 chilometri e 8 metri; 14 ettometri; 40 decametri; 125 metri; 2 miriametri e 3 ettometri; 25 miriametri; 10 chilometri.

PROBLEMI.

I. Una pezza di panno è lunga 100 metri; se ne vendettero: 1° 7 metri e mezzo; 2° 10 metri e 75 centimetri; 3° 12 metri e 5 centimetri: quanto ne resta da vendere?

II. Un metro di panno vale lire 12,50: quanto varrà 1 decimetro? 1 centimetro? 3 decimetri?

III. A lire 0,75 il metro, qual è il prezzo di 15 decimetri?... di mezzo metro?

Domande. — 89. Come fate per *ridurre* le misure lineari di *un ordine* in quelle di *altro ordine?*

IV. A lire 3,25 il decimetro, qual sarà il prezzo di 10 metri? di 48 centimetri? di 85 millimetri? di mezzo decimetro?

V. Qual è il prezzo di 49 metri di nastro a 15 centesimi il metro?

VI. Qual è il prezzo di 35 centimetri di panno a lire 24,60 il metro?

VII. Per una lira si ebbero 75 centimetri di tela: quanti metri se ne avranno per lire 8,40?

VIII. Metri 25,2 di panno costarono lire 317,52: qual sarà il prezzo di 34 metri e mezzo dello stesso panno?

IX. Una tessitrice fa 7 decimetri di tela al dì, e le si dà lire 2,50 per metro: quanti giorni deve lavorare per guadagnare 63 lire?

X. Un cavallo fece 2 chilometri di strada in 10 minuti: quanta strada ha fatto in 1 minuto? e quanta ne farebbe in 42, mantenendo sempre in tutto il corso la stessa velocità?

XI. Un oprante cordaio riceve 45 centesimi di paga per ogni 100 metri di fune che egli fa; in 6 giorni ne fece 340 decametri: quanto guadagnò al giorno?

XII. Con metri 25,20 di tela da lire 0,60 il metro si fecero 12 camicie da donna; si pagò per la fattura 60 centesimi per camicia: quanto viene a costare ciascuna camicia?

MISURE DI SUPERFICIE.

Nozioni preliminari di Geometria.

90. Chiamasi **superficie** l'estensione a due dimensioni in *lunghezza* e *larghezza*.

— La superficie può essere *piana* o *curva*.

La **superficie piana** è quella su cui possono tirarsi linee rette per ogni verso, e dicesi anche semplicemente **piano**.

Due rette tirate sul medesimo piano e dappertutto equidistanti, si dicono **parallele**.

Come A e B.

A ————————
B ————————

La **superficie curva** è quella che non è piana in veruna sua parte.

91. Un piano chiuso all'intorno da una o più linee si chiama **figura**.

Rettilinea è la figura compresa da linee rette.

Curvilinea è la figura compresa da una o più linee curve.

Mistilinea è la figura compresa da linee, parte rette e parte curve.

DOMANDE. — 90. Che cosa è *superficie* e come si distingue? — 91. Che cosa è una *figura* e come si distingue?

92. Una figura rettilinea si chiama **poligono.**

Le rette che formano il *contorno* o *perimetro* del poligono, si chiamano **lati.**

Un poligono ha tanti angoli, quanti ha lati; e si dice **triangolo** se ha tre lati; **quadrilatero** se ha 4 lati; **pentagono** se ne ha 5; **esagono** se ne ha 6; **ettagono** se ne ha 7; **ottagono** se ne ha 8; **ennagono** se ne ha 9; **decagono** se ne ha 10; **dodecagono** se ne ha 12.

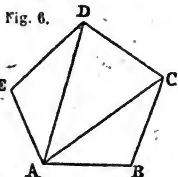


Fig. 6.

La retta tirata dentro un poligono tra i vertici di due angoli non adiacenti allo stesso lato, si chiama **diagonale.**

Il poligono ABCDE (fig. 6) è un *pentagono*; AC, AD sono *diagonali*. AB, BC ecc. i *lati*. AB+BC+CD+DE+EA il *perimetro*.

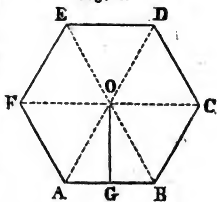


Fig. 7.

93. **Regolare** è il poligono che ha tutti i lati uguali e gli angoli uguali.

Il punto interno del poligono regolare, che dista egualmente dai lati, chiamasi **centro** del poligono.

E la perpendicolare abbassata dal centro del poligono regolare sopra uno dei lati, dicesi **apotema.**

Il poligono ABCDEF (fig. 7) è un *esagono regolare*. Il punto O è il *centro*; la perpendicolare OG l'*apotema*.

Varie specie di triangoli.

94. Si chiama **triangolo** il poligono di tre lati.

— Rispetto ai lati il triangolo può essere *equilatero, isoscele, scaleno.*

Equilatero è il triangolo che ha i tre lati uguali (fig. 8).

Isoscele è il triangolo che ha solo due lati uguali (fig. 9).

Scaleno è il triangolo che ha i tre lati disuguali (fig. 10).

Fig. 8.  Fig. 9.  Fig. 10. 

— Rispetto agli angoli il triangolo può essere *rettangolo, ottusangolo, acutangolo.*

Domande. — 92. Che cosa è il *poligono* e come si distingue? — 93. Qual *poligono* è *regolare*? — 94. Che cosa è il *triangolo* e come si distingue?

Rettangolo è il triangolo che ha un angolo retto.

Ottusangolo è il triangolo che ha un angolo ottuso.

Acutangolo è il triangolo che ha i tre angoli acuti.

Il triangolo BAC (fig. 11) è *rettangolo* in A; il triangolo CAD è *ottusangolo* in D; il triangolo BAD è *acutangolo*.

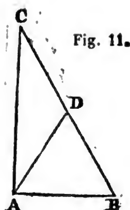


Fig. 11.

— Si chiama **altezza** del triangolo la perpendicolare abbassata dal vertice di un angolo sul lato opposto preso per **base**, o sul prolungamento di esso lato.

Nel triangolo BAC (fig. 12) il lato AC è la *base*, BD l'*altezza*.

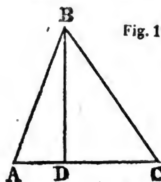


Fig. 12.

Esercizi di disegno lineare.

1° *Tirata una retta da sinistra a destra, tracciarne altre ad essa parallele, e ad ugual distanza fra loro.*
2° *Tirata una retta di alto in basso, tracciarne altre ad essa parallele, e ad ugual distanza fra loro.*
3° *Tirata una retta inclinata a destra o a sinistra, tracciarne altre ad essa parallele, e ad egual distanza fra loro.*
4° *Tirata una retta di lunghezza data, per es. di 1 centimetro, tracciarne altre ad essa parallele, e ad ugual distanza fra loro, di 2, di 3, di 4, di 5..., di 4, di 3, di 2, di 1 centimetro.*
5° *Tirata una retta, tracciarne un'altra ad essa perpendicolare.*
6° *Tirata una retta, tracciarne un'altra ad essa obliqua.*
7° *Formare angoli col vertice vôlto in alto, in basso, a destra, a sinistra.*
8° *Disegnare triangoli rettangoli, ottusangoli, acutangoli, equilateri, isosceli, scaleni.*

Dei quadrilateri.

95. Il **quadrilatero** è un poligono di quattro lati.
— Vi sono varie specie di quadrilateri: il *quadrato*, il *rettangolo*, il *rombo*, il *romboide*, il *trapezio*.

DOMANDE. — 95. Che cosa è un *quadrilatero*, e quante *specie* vi ha di quadrilateri?

Il **quadrato** è un quadrilatero che ha i lati uguali e gli angoli retti.

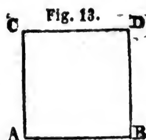


Fig. 13.

Il quadrilatero ABDC (fig. 13) è un quadrato.

Il **rettangolo** è un quadrilatero che ha tutti gli angoli uguali, e solo i lati opposti uguali.

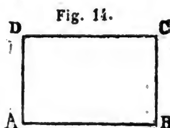


Fig. 14.

Il quadrilatero ABCD (fig. 14) è un rettangolo.

Il **rombo** è un quadrilatero che ha tutti i lati uguali senza avere gli angoli retti.

Il quadrilatero ABDC (fig. 15) è un rombo.

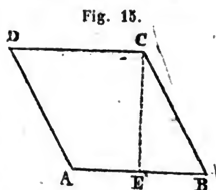


Fig. 15.

Il **romboide** è un quadrilatero che ha i lati opposti eguali senza avere gli angoli retti.

Il quadrilatero ABDC (fig. 16) è un romboide.

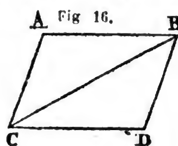


Fig 16.

Il *quadrato*, il *rettangolo*, il *rombo*, il *romboide* hanno i lati opposti paralleli, e si chiamano perciò **parallelogrammi.**

L' **altezza** di un parallelogramma è la perpendicolare abbassata ad uno de'suoi lati sul lato opposto preso per **base.**

CE (fig. 15) è l'altezza del parallelogramma ADCB.

Il **trapezio** è un quadrilatero che ha due soli lati paralleli.

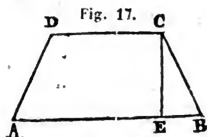


Fig. 17.

Il quadrilatero ABCD (fig. 17) è un trapezio; i lati paralleli AB, DC ne sono le basi, e la perpendicolare CE compresa fra le due basi ne è l'altezza.

Circolo.

96. Il **circolo** è una figura piana terminata da una linea curva, che ha tutti i suoi punti egualmente distanti da un punto interno, chiamato **centro** (fig. 18).

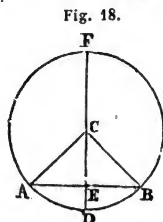


Fig. 18.

Circonferenza o **periferia** chiamasi la linea curva che termina il circolo.

La circonferenza si suol dividere in 360 parti uguali, chiamate **gradi.** Il grado si suddivide in 60 **minuti primi**; il minuto primo in 60 **minuti secondi...**

DOMANDE. — 96. Che cosa è il *circolo?* ...la *circonferenza* o *periferia?*

La circonferenza è approssimativamente eguale a diametri **3,1416.**

Diametro è ogni retta che passa pel centro del circolo, e termina a due punti della circonferenza.

La retta FD (fig. 18) è un diametro.

Il diametro divide per metà il circolo e la circonferenza.

La metà del circolo è detta **semicircolo**; e la metà della circonferenza **semicirconferenza.**

Raggio di circolo è ogni retta che va dal centro alla circonferenza.

Le rette CA, CB, CD (fig. 18) sono raggi.

Arco di circolo è una porzione di circonferenza.

Corda o **sottesa** è la retta che unisce le estremità dell'arco.

ADB (fig. 18) è un arco; AEB la sua corda.

Quadrante è un arco eguale alla quarta parte della circonferenza.

Segmento di circolo è la porzione di circolo compresa fra un arco e la sua corda.

Settore circolare è la porzione di circolo compresa fra un arco e due raggi tirati alle sue estremità.

ADBE (fig. 18) è un *segmento;* CFB un *settore.*

ESERCIZI.

1. Rilevare la differenza fra il triangolo equilatero ed il triangolo isoscele.
2. Indicare il lato che in un triangolo si oppone ad un angolo dato.
3. Indicare il lato adiacente a due angoli dati di un triangolo.
4. Indicare l'angolo opposto ad un lato dato di un triangolo.
5. Data la base di un triangolo, segnarne l'altezza.
6. Rilevare la differenza tra quadrilatero e quadrato, fra quadrato e rombo, fra rettangolo e romboide, fra parallelogrammo e trapezio.
7. Rilevare la differenza tra circolo e circonferenza, tra diametro e corda.

Esercizi di disegno lineare.

1° *Costruire quadrati di varia grandezza.*

2° *Dividere un quadrato in due parti uguali; in quattro....*

3° *Dividere un quadrato di 2 centim. di lato, in 4 quadrati uguali.*

4° *Dividere un quadrato di 4 centim. di lato, in 16 quadrati uguali.*

5° *Costruire uno o più quadrati dentro un altro quadrato con i lati rispettivamente paralleli e ad uguale distanza.*

6° *Costruire rettangoli e dividerli in parti eguali per mezzo di diagonali, o di rette parallele ai lati.*

7° *Costruire rombi, romboidi, trapezi, pentagoni, esagoni..... e dividerli in triangoli per mezzo di diagonali tirate da un medesimo angolo.*

8° *Dato un circolo, dividerlo in 4 parti uguali.*

9° *Descrivere circoli concentrici con raggi di 1, 2, 3, 4, 5 centimetri.*

DOMANDE. — Che s'intende per *diametro? ...raggio? ...arco? ...corda?*

Metro quadrato, multipli e sottomultipli.

97. L'unità principale per le *misure* di *superficie* è il **metro quadrato**: *m. q.*

Per **metro quadrato** si intende la superficie di un quadrato, di cui ciascun lato ha un metro di lunghezza.

— I *multipli* del metro quadrato sono:

Il **decametro quadrato** . . . *Dm. q.*
L'**ettometro quadrato** . . . . *Em. q.*
Il **chilometro quadrato** . . . *Cm. q.*
Il **miriametro quadrato** . . . *Mm. q.*

Il *decametro quadrato* è un quadrato che ha 10 metri di lato, e perciò 100 metri quadrati di superficie.

La denominazione di *decametro quadrato* è poco usitata; si dice d'ordinario 100 metri quadrati.

L'*ettometro quadrato* è un quadrato che ha 100 metri di lato, e perciò 10,000 metri quadrati di superficie.

Il *chilometro quadrato* è un quadrato che ha 1000 metri di lato, e perciò 1,000,000 di metri quadrati di superficie.

Il *miriametro quadrato* è un quadrato che ha 10,000 metri di lato, e perciò 100,000,000 di metri quadrati di superficie.

Il *chilometro quadrato* si adopera comunemente per valutare le vaste superficie, per es. di una provincia, di un regno, di un lago, di un mare, di un continente.....; e si dice **misura topografica**.

— I *sottomultipli* del metro quadrato sono:

Il **decimetro quadrato** . . . *dm. q.*
Il **centimetro quadrato** . . . *cm. q.*
Il **millimetro quadrato** . . . *mm. q.*

Il *decimetro quadrato* è un quadrato che ha un decimetro di lato; ed è perciò la centesima parte del metro quadrato.

Il *centimetro quadrato* è un quadrato che ha un centimetro di lato, ed è la diecimillesima parte del metro quadrato.

Il *millimetro quadrato* è un quadrato che ha un millimetro di lato, ed è la milionesima parte del metro quadrato.

DOMANDE. — 97. Qual è l'*unità* principale per le misure di *superficie?* — Che s'intende per *metro quadrato*, e quali sono i suoi *multipli?* ...i *sottomultipli?*

ESERCIZI.

1° *Rilevare la differenza:*
Tra decametro quadrato e dieci metri quadrati; fra un decimetro quadrato e un decimo di metro quadrato; fra un centimetro quadrato e un centesimo di metro quadrato.

2° *Rispondere alle seguenti domande:*
Il metro quadrato quanti decimetri quadrati vale?
Il decimetro quadrato che parte è del metro quadrato?
Il centimetro quadrato che parte è del decimetro quadrato?..... del metro quadrato?
Due decimi del metro quadrato quanti decimetri quadrati valgono?

Leggere numeri esprimenti misure di superficie.

98. REGOLA. — *Leggo da prima la parte scritta a sinistra della virgola col nome dell'unità indicata dalle iniziali; indi la parte scritta a destra, per gruppi di due cifre ciascuno, pronunciando* decimetri quadrati *dopo il numero espresso dal primo gruppo;* centimetri quadrati *dopo il numero espresso dal secondo;* millimetri quadrati *dopo il numero espresso dal terzo gruppo.*

Così: m. q. 33,17......si legge: metri quadrati 33 e 17 decimetri quadrati.
m. q. 125,5007 si legge: 125 metri quadrati, 50 decimetri quadrati, 7 centimetri quadrati; od anche 125 metri quadrati, 5007 centimetri quadrati.
m. q. 0,02034 si legge: metri quadrati 0, 2 decimetri quadrati, 3 centimetri quadrati, 40 millimetri quadrati; od anche 20340 millimetri quadrati.

Ragione della regola. — Nelle misure superficiali vi vogliono 100 unità quadrate di un ordine per farne una dell'ordine immediatamente superiore: per esempio 100 decimetri quadrati per fare un metro quadrato; 100 centimetri quadrati per fare un decimetro quadrato...; perciò sono necessarie due cifre per rappresentare ciascun ordine di unità, una delle quali cifre esprima le decine, l'altra le unità di quell'ordine.

ESERCIZI.

Leggere o scrivere in lettere i seguenti numeri:

m. q. 4,15	Dm. q. 3,75	Mm. q. 5,24175
m. q. 0,05	Dm. q. 0,04	Chm. q. 85,7
m. q. 1,125	Chm. q. 12,6415	Ettm. q. 2,750
m. q. 0,963	Ettm. q. 513,6418	Dm. q. 2,75

DOMANDE. — 98. Esponete la *regola* per *leggere numeri* esprimenti misure di *superficie* e date la *ragione* della regola.

Scrivere in cifre numeri esprimenti misure di superficie.

99. REGOLA. — *Scrivo le cifre che rappresentano il numero dei metri quadrati. . . precedute dalle volute iniziali; quindi la virgola, e a destra della virgola due cifre per ogni sottomultiplo che si deve rappresentare: cioè due cifre per i decimetri quadrati, perchè sono centesimi del metro quadrato; altre due per i centimetri quadrati, perchè sono decimillesimi del metro quadrato. Se mancano le unità o le decine di qualche sottomultiplo, ne riempio il posto con zeri.*

Per es. 1 metro quadrato, 42 decimetri quadrati, 25 centimetri quadrati si scrive: m. q. 1,4225.
8 metri quadrati e 8 decimetri quadrati si scrive: m. q. 8,08.
4 metri quadrati e 80 centimetri quadrati si scrive: m. q. 4,0080.
0 metri quadrati 215 millimetri quadrati si scrive: m. q. 0,000215.

ESERCIZI.

1° *Scrivere in cifre i seguenti numeri:*

5 metri q. e 12 decimetri q.	3 metri q., 28 millimetri q.
7 metri q. e 8 decimetri q.	29 metri q. e 103 millimetri q.
32 decimetri quadrati.	6 millimetri quadrati.
9 metri q., 8 decim. q., 7 cent. q.	1 centimetro quadrato.
45 centimetri quadrati.	309 centimetri quadrati.

2° *Rispondere alle seguenti domande:*

Preso il metro quadrato per unità, quante cifre vi vogliono dopo la virgola per rappresentare *i centimetri quadrati?* quante per rappresentare *i millimetri quadrati? i decimetri quadrati?*

Nel numero : m. q. 123,456789, che cosa esprime la 3ª cifra dopo la virgol ?... la 4ª?... la 6ª?... la 5ª?... la 2ª?

Riduzione delle misure superficiali di un ordine in quelle di altro ordine.

100. REGOLA. — *Riduco le misure superficiali di ordine superiore in quelle di ordine inferiore, moltiplicando il numero che le esprime per 100, per 10,000, per 1,000,000, secondo che l'unità superiore vale 100 unità inferiori; ovvero 10,000; ovvero 1,000,000.*

Per es. metri q. 2,25 = decimetri q. $2,25 \times 100$ = decimetri q. 225.

DOMANDE. — 99. Come scrivete *in cifre* numeri esprimenti misure *superficiali?* — 100. Come riducete le misure *superficiali* di un ordine in quelle di un altro?

E riduco le misure superficiali di ordine inferiore in quelle di ordine superiore, dividendo il numero che le esprime per 100, per 10,000, per 1,000,000, secondo che vi vogliono 100 unità di un ordine, ovvero 10,000 . . . per farne una dell'ordine superiore.

Per es. decimetri quadrati 15685 = metri quadr. 15685 : 100 = m. q. 156,85 ≐ Decam. q. 1,5685.

ESERCIZI.

Ridurre:

Metri quadr.	3,125 in centimetri q.	Miriam. q.	6,6 in chilometri q.
Ettom. q.	5 in metri q.	Decam. q.	4,1250 in decimetri q.
Decim. q.	90 in centimetri q.	Centim. q.	125 in decimetri q.
Metri q.	2,3 in millimetri q.	Decim. q.	0,4 in centimetri q.

PROBLEMI.

I. A lire 3,75 il decimetro q., qual è il prezzo di 1 metro q.?
II. A lire 11 il metro q., qual è il prezzo di 2 centesimi di metro q.
III. A lire 4 il metro q., qual è il prezzo di 7 decametri q.?
IV. A lire 1,125 il m. q., qual è il prezzo di 5 decimi di decametro q.?
V. A lire 0,425 il centimetro q., qual è il prezzo di 7 metri q.?
VI. Con 13 decimetri quadrati di latta si fa un imbuto: quanti se ne faranno con 26 metri quadrati?
VII. Quanti decimetri quadrati mancano a metri quadrati 2,3 per avere 3 metri quadrati?
VIII. Di un foglio di cartone di 24 decimetri quadrati si son fatti 150 pezzi uguali: qual è l'estensione superficiale di ciascun pezzo?
IX. Un selciarolo fa metri q. 13,35 di selciato al giorno, e riceve lire 0,15 per metro quadrato: in 100 giorni di lavoro quanto guadagna?

MISURE AGRARIE.

101. Si chiamano **misure agrarie** quelle che servono a valutare la superficie dei *campi*, dei *prati* e di altri *terreni* di mediocre estensione.

L'unità principale delle misure agrarie è l'**aro**: *a.* o *ar.*

L'**aro** è un quadrato che ha 10 metri di lato, e perciò 100 metri quadrati di superficie.

DOMANDE. — 101. Quali misure si dicono *agrarie*? — Che cosa è l'*aro*?

L'aro ha un solo multiplo, cioè l'**èttaro** : *Eo.* o *ettar.* ed un sottomultiplo, cioè il **centiaro** : *co.* o *centiar.*

L'*ettaro* è un quadrato che ha 100 metri di lato, e perciò 10,000 metri quadrati di superficie.

Il *centiaro* è un quadrato che ha un metro di lato ; ed è perciò un metro quadrato.

Osservazione. — La lunghezza dei lati del quadrato dovendo seguire l'ordine decimale, cioè di **1** metro, di **10** metri, di **100** metri, le superficie che ne risultano, sono di 1 *metro quadrato*, di 100 *metri quadrati*, di 10000 *metri quadrati*, e seguono così una progressione di 100 in 100 volte più grande: il che toglie che vi abbiano i multipli *decara* e *chilara*, ed il sottomultiplo *deciara*.

Leggere numeri esprimenti misure agrarie.

102. Regola. — *Leggo la parte a sinistra della virgola col nome dell'unità indicata dalle lettere iniziali; indi quella a destra per gruppi di due cifre ciascuno.*

Ettar. 125,4520 si legge: ettari 125, ari 45, centiari 20; ed anche 125 ettari, 4520 centiari.
ar. 12,324 si legge: ari 12, centiari 32, e 4 decimi di centiaro.
ar. 0,05 si legge: ari zero, 5 centiari.
ar. 0,2 si legge: ari zero, 20 centiari.

ESERCIZI.

1° *Leggere i seguenti numeri:*

ar. 20,75	ar. 439,0008	ettar. 9,0458
ar. 18,9	ar. 0,5	ettar. 0,875
ar. 6,811	ar. 135,4	ettar. 0,04

2° *Scrivere in cifre e poscia sommare 4 a 4 i seguenti numeri:*

Venti ettari e sei ari.	Cento diciassette centiari.
Dodici ettari e dieci ari.	Un ettaro, un aro, un centiaro.
Sette ari e tre centiari.	Ottomila ettari, sette centiari.
Ventun aro e ottanta centiari.	Trentadue ari e tre decimi d'aro.

3° *Rispondere alle seguenti domande adducendone la ragione.*

In 3750 metri quadrati quanti ari vi sono?
Ettari 432 quanti ari fanno?
In 47267 centiari quanti ettari vi ha?
Ari 6780 quanti centiari fanno?
Ettari 8,271 quanti ari fanno?
Centiari 125 quanti ari fanno?

Domande. — Che cosa è l'*èttaro?* ...il *centiaro?* — **102.** Come *leggete i numeri esprimenti misure agrarie?*

Quanti decimetri quadrati vale il centiaro?
Un aro quanti decimetri quadrati vale?
Il metro quadrato che parte è dell'aro? dell'ettaro?
Quanti ettari ed ari vi ha in 845 ari? in 1256 ari?

PROBLEMI.

I. Trovate la differenza tra la superficie di un campo di 5 ettari e 15 centiari, e quella di un altro di 745 ari.

II. Un campo è di 76 ari; un torrente ne portò via metri quadrati 79,40; quanto ne resta?

III. A lire 7,25 l'aro, qual è il prezzo dell'ettaro?

IV. A lire 3500 l'ettaro qual è il prezzo di 25 ari?

V. A lire 35,50 l'aro qual è il prezzo di 3 centiari?

VI. A lire 1,60 il centiaro qual è il prezzo dell'ettaro? dell'aro?

VII. A lire 1 il metro quadrato, quanti ari di terreno si comprerebbero con 60000 lire?

VIII. Un campo di ettari 3,40 costò lire 12300; si vuol vendere col guadagno di lire 1300, qual dovrà essere il prezzo dell'aro?

IX. Un campo di ettari 3,7214 fu pagato 42 lire l'aro, quanto si dovrà rivendere al metro quadrato per guadagnare 4225 lire?

Maniera di misurare le superficie.

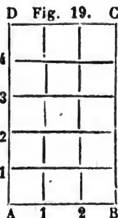
103. Misurare una superficie è *cercare quante volte essa contiene l'unità superficiale.*

Il numero delle *unità superficiali quadrate* contenute dentro il perimetro di una figura, si chiama **area** della figura.

L'**area** di una figura non si ottiene con misure *effettive* superficiali; ma si deduce dalla misura di alcune dimensioni *lineari* secondo le regole della Geometria.

Area del rettangolo e del quadrato.

104. *L'area del* **rettangolo** *si ottiene moltiplicando la base per l'altezza.*



Cioè si misura coll' unità lineare la base e l'altezza; indi si moltiplica il numero che esprime la lunghezza della base, pel numero che indica l'altezza; il prodotto dà in unità quadrate l'area del rettangolo.

Sia in fatti il rettangolo ABCD (fig. 19); e sia la base AB di 3 metri, e l'altezza AD di 5 metri; se pei punti 1, 2 della base si tirano rette parallele all'altezza AD e pei punti 1, 2, 3, 4 dell'altezza si tirano rette parallele

DOMANDE. — 103. Che cosa significa *misurare* una superficie? — Che s' intende per *area* di una figura? — 104. Come si ottiene l'*area* del *rettangolo?*

alla base AB, il rettangolo ABCD viene diviso in un numero di metri quadrati eguale al prodotto di 3×5, ossia eguale al prodotto *della base per l'altezza.*

105. *L'area del* **quadrato** *si ottiene moltiplicando uno de' suoi lati pel lato stesso.*

Cioè si misura col metro..... uno dei lati, e si moltiplica il numero che ne esprime la lunghezza, pel numero stesso; il prodotto sarà l'area.

Sia per es. il lato AB (fig. 13) di metri 3,5; l'area sarà 3,5 × 3,5 = metri quadr. 12,25.

In fatti il quadrato si può considerare come un rettangolo, in cui altezza e base sono uguali.

PROBLEMI.

I. Una lavagna rettangolare ha metri 1,20 di base e metri 0,75 d'altezza, qual è la sua area?

II. Una lastra di vetro di forma rettangolare è di metri quadrati 2,53; la base è di metri 1,15: qual ne è l'altezza?

III. Un giardino rettangolare è lungo metri 40 e largo metri 30; esprimetene l'area in ari e centiari.

IV. Qual è l'altezza di un rettangolo, la cui area è di ettari 3329,7576 e la base di metri 4264?

V. Un quadrato che ha mezzo metro di lato, quanti decimetri quadrati contiene?

VI. Valutate in ettari l'area di un quadrato che ha 15 Dm. di lato.

VII. Trovate l'area di un quadrato che ha 1 metro di lato; 2 metri di lato; 3 metri di lato; 12 centimetri di lato; 12 millimetri di lato.

VIII. Valutate in ettari, ari, centiari l'area di un verziere quadrato che ha metri 85,70 di lato.

IX. Un orto di forma quadrata è dato in affitto per lire 2,25 l'aro; esso è largo metri 47,70: a quanto monta l'affitto?

X. Si vuol ricamare un tappeto quadrato largo 1 metro e 64 centimetri, quante ore di lavoro vi vorranno, dato che se ne ricamino 4 decimetri quadrati ogni due ore?

Area del rombo e del romboide.

106. *L'area del* **rombo** *e del* **romboide** *si ottiene moltiplicandone la base per l'altezza.*

Cioè si misura coll'unità lineare la base e l'altezza del rombo o del romboide, e si moltiplica il numero che esprime la lunghezza della base, per quello che indica l'altezza; il prodotto sarà l'area.

DOMANDE. — 105. Come si ottiene l'*area* del *quadrato?* — 106. ...del *rombo* e del *romboide?*

Sia per es. la base AB (fig. 15) di metri 0,8, e l'altezza EC di metri 0,6; l'area sarà $0{,}8 \times 0{,}6 =$ metri quadr. 0,48.

In fatti il rombo ed il romboide sono equivalenti al rettangolo di egual base e di eguale altezza.

PROBLEMI.

I. Un rombo ha metri 25,42 di base e metri 18,03 d'altezza: calcolatene l'area.

II. La base di un romboide è di metri 0,051; e l'altezza di metri 0,025: trovatene l'area.

III. Valutate in ari e centiari la superficie di un rombo che ha 35 metri d'altezza ed il perimetro di metri 102.

IV. Un campo a forma di romboide ha metri 88,50 di base, e metri 16,80 di altezza: qual è il suo valore, essendo stimato L. 20 l'aro?

V. Un campo avente la forma di un romboide è di ari 918,54, la base è di metri 567: qual ne è l'altezza?

Area del triangolo e del trapezio.

107. *L'area del* **triangolo** *è uguale alla metà del prodotto della base per l'altezza;* o ciò che torna allo stesso, *l'area del triangolo si ottiene moltiplicando la base per la metà dell'altezza, o l'altezza per la metà della base.*

Sia per es. la base AC (fig. 12) di metri 7, e l'altezza BD di metri 8; l'area sarà espressa da $\frac{7 \times 8}{2}$ ovvero da 7×4, o da $3{,}5 \times 8$.

In fatti il triangolo è la metà di un parallelogrammo di egual base e di egual altezza: dunque la sua area deve essere espressa dalla metà del prodotto della base per l'altezza.

108. *L'area del* **trapezio** *si ottiene moltiplicando l'altezza per la semisomma delle basi parallele.*

Sia per es. l'altezza CE (fig. 17) di metri 25, la base DC di metri 34, e la base AB di metri 56; l'area sarà espressa da $25 \times \frac{(34+56)}{2}$ ossia da $25 \times 45 =$ metri q. 1125.

In fatti il trapezio è diviso dalla diagonale in due triangoli di altezza eguale a quella del trapezio, ed aventi per base, l'uno la base maggiore e l'altro la minore. Ora l'area di ciascuno dei due triangoli si ha moltiplicando l'altezza per la metà della rispettiva base: dunque l'area di tutti due che insieme fanno il trapezio, si otterrà moltiplicando l'altezza comune per la metà della somma delle due basi.

DOMANDE. — 107. Come si ottiene l'*area* del *triangolo?* — 108. ...del *trapezio?*

PROBLEMI.

I. Un triangolo ha 104 metri di base e 67 di altezza. qual è la sua area?

II. L'area di un giardino triangolare è di 1 ettaro, 16 ari, 16 centiari; l'altezza è di 82 metri e mezzo: trovatene la base.

III. Quanto si deve pagare un prato di forma triangolare, la cui base è di 60 metri e l'altezza 125 metri, a lire 3750 l'ettaro?

IV. Qual è l'area di un triangolo equilatero, il cui perimetro è di 27 metri, e l'altezza di metri 7,80?

V. Un prato triangolare ha 169 metri di base e 36 di altezza; un torrente ne fece diminuire l'altezza di 4 metri; di quanto avrà fatto diminuire l'area?

VI. Un prato a forma di trapezio ha una base di 103 metri, l'altra di 66, e l'altezza di 36: qual è la sua area?

VII. Un campo a figura di trapezio avente la base maggiore di 47 metri, la minore di 35,1, e l'altezza di 42, fu venduto lire 64 l'aro: quanto si è ricavato?

VIII. Si compra un campo a forma di trapezio a lire 2500 l'ettaro; i suoi lati paralleli sono di metri 49 + 75, e distanti l'un dall'altro metri 149,95: quanto si deve sborsare?

IX. L'area di un trapezio è di 429 metri quadrati; e la somma dei due lati paralleli di 78 metri: qual è l'altezza di codesto trapezio?

X. L'area di un trapezio è di ari 35,35; la distanza tra le due basi è di metri 70; la lunghezza di una base è di metri 40,2: qual è la lunghezza dell'altra?

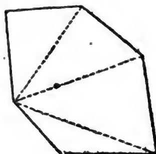
Area del poligono regolare e del circolo.

109. *L'area del* **poligono regolare** *si ottiene moltiplicando il perimetro per la metà dell'apotema.*

Sia il lato AB dell'esagono regolare ABCDEF (fig. 7) di m. 50; e l'apotema OG di m. 43. L'area sarà $50 \times 6 \times 21{,}5 =$ m. q. 6450.

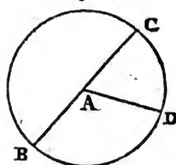
In fatti se dal centro del poligono regolare si tirano le rette OA, OB ecc... ai vertici degli angoli, il poligono verrà diviso in tanti triangoli uguali, quanti sono i suoi lati. E si avrà l'area di tutti questi triangoli, moltiplicando la somma delle basi, ossia il perimetro del poligono per la metà dell'apotema.

Fig. 20.



Avvertenza. Se il poligono è *irregolare* (fig. 20) si scompone in triangoli per mezzo di diagonali; si misura ciascun triangolo, e se ne sommano le aree trovate.

Domande. — 109. Come si ottiene l'*area* del *poligono regolare*...?



110. *L'area del* **circolo** *si ottiene moltiplicando la circonferenza per la metà del raggio.*

Sia il raggio AD (fig. 21) di metri 4, e la circonferenza di m. 25,12; l'area sarà 25,12 × 2 = metri quadrati 50,24.

In fatti il circolo si può riguardare come un poligono regolare di una infinità di lati infinitamente piccoli: ora l'area del poligono regolare si ha moltiplicando il perimetro per la metà dell'apotema: dunque quella del circolo si avrà moltiplicando la circonferenza per la metà del raggio.

111. La circonferenza che è una linea *curva*, non si può misurare *direttamente.* La sua lunghezza si deduce approssimativamente da quella del diametro; e fu trovato che:

La **circonferenza** vale **diametri** 3,1416; o secondo Archimede **diametri** 3 e $^{1}/_{7}$; onde

Dato il diametro, *si trova la circonferenza moltiplicando il diametro per 3,1416.*

Sia il diametro BC (fig. 21) di 8 metri; la circonferenza sarà 8 × 3,14... = m. 25,12. Viceversa

Data la circonferenza, *si trova il diametro dividendo la circonferenza per 3,14...*

Sia la circonferenza di metri 25,12; il diametro sarà metri 25,12 : 3,14... = metri 8.

112. L'area del circolo può anche ottenersi *moltiplicando il quadrato del raggio per 3,14...*; e s'intende per *quadrato del raggio* il prodotto del raggio pel raggio stesso.

Sia il raggio AD (fig. 21) di 4 metri; l'area sarà di 4 × 4 × 3,14 = metri quadrati 50,24.

In fatti essendo il raggio 4 metri, l'area secondo la prima maniera è espressa da $4 \times 2 \times 3{,}14 \times \frac{4}{2}$; e sopprimendo il fattore comune 2 da 4 × 4 × 3,14...

PROBLEMI.

I. Un'aiuola circolare ha 6 metri di diametro: qual è la lunghezza del suo contorno?

II. Qual è la lunghezza del raggio terrestre, non tenendo conto del lieve schiacciamento della terra ai poli?

DOMANDE. — 110. Come si ottiene l'*area* del *circolo?* — 111. Come si ha la *lunghezza* della *circonferenza*, dato il *diametro?* o il *diametro*, data la *circonferenza?* — 112. Accennate la *seconda maniera* di avere l'*area* del *circolo.*

III. Il raggio di un circolo è di metri 0,50: qual è la lunghezza di un suo arco di 60 gradi?

IV. Il diametro di un circolo è di 14 metri: trovatene l'area.

V. Il diametro di una ruota d'una carrozza è di metri 2,80: quanti giri fa la ruota per chilometro?

VI. L'area di un circolo è di metri quadrati 78,50: qual ne è il raggio? il diametro? la circonferenza?

VII. Il perimetro di un quadrato e la circonferenza di un circolo sono entrambi di 40 metri: le due figure hanno esse egual area?

VIII. Si fa selciare una piazza circolare di 80 metri di diametro a lire 0,45 il metro quadrato: quanto si spende?

MISURE DI VOLUME.

Nozioni preliminari di Geometria.

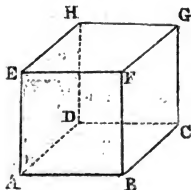
113. Si chiama **poliedro** il corpo o spazio terminato tutto all'intorno da **facce** piane.

Il poliedro di 4 facce è detto **tetraedro**; di 6 **esaedro**; di 8 **ottaedro**; di 12 **dodecaedro**; di 20 **icosaedro**.

L'esaedro prende il nome di **cubo**, quando le sue sei facce sono quadrati uguali.

La figura 22 rappresenta un cubo. ABFE, DCGH, ABCD, EFGH, ADHE, BCGF ne sono le *facce;* AB, BF ecc. gli *spigoli*.

Fig. 22.



Prisma e cilindro.

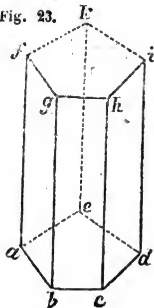
114. Il **prisma** è un poliedro compreso da due facce opposte che sono due poligoni uguali e paralleli, e lateralmente da tanti parallelogrammi, quanti sono i lati di uno dei poligoni.

I due poligoni eguali e paralleli sono le **basi** del prisma; la perpendicolare abbassata da un punto della base superiore sul piano della base inferiore, ne è l'**altezza**.

Un prisma dicesi **triangolare, quadrangolare, pentagonale** ecc... secondo che la base è un triangolo, un quadrilatero, un pentagono... e può essere **retto** od **obbliquo**, secondo che gli spigoli sono *perpendicolari* od *obliqui* alle basi.

La figura 23 rappresenta un prisma pentagonale retto.

Fig. 23.



DOMANDE. — 113. Che cosa è *poliedro?* — 114. ...*prisma?*

115. Il **cilindro** può riguardarsi come un prisma, che ha per *basi* due circoli.

La retta che unisce i due centri delle basi, è l'**asse** del cilindro; e la perpendicolare abbassata da un punto della base superiore sopra il piano della base inferiore, ne è l'**altezza**.

Il cilindro può essere **retto** od **obliquo**, secondo che l'asse è *perpendicolare* od *obliquo* alle basi.

La figura 24 rappresenta un cilindro retto.

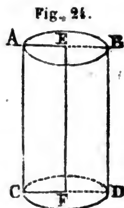


Fig. 24.

Esercizi di disegno.

1° *Disegnare prismi triangolari, quadrangolari, pentagonali...*
2° *Disegnare cilindri, dischi.*
3° *Disegnare lo sviluppo di un prisma triangolare retto, di un prisma pentagonale retto, di un cubo, di un cilindro.*

Piramide e cono.

116. La **piramide** è un poliedro compreso da facce triangolari, che concorrono coi loro vertici in un medesimo punto detto **vertice** della piramide, e formano con le loro basi il perimetro di un poligono che è la **base** della piramide stessa.

Altezza della piramide è la perpendicolare abbassata dal vertice sul piano della base.

La piramide è *triangolare*, *quadrangolare*, *pentagonale...* secondo che la base è un triangolo, un quadrilatero, un pentagono.

La figura 25 rappresenta una piramide quadrangolare.

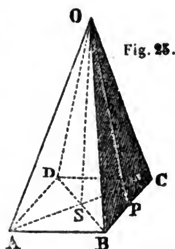


Fig. 25.

117. Il **cono** può riguardarsi come una piramide che ha per base un circolo.

È **retto** od **obliquo**, secondo che l'*asse*, ossia la retta che unisce il vertice col centro della base, è perpendicolare od obliquo alla base.

La figura 26 rappresenta un cono retto. ADB è la base; C il vertice; CD l'asse.

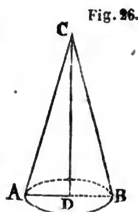


Fig. 26.

Esercizi di disegno.

1° *Disegnare piramidi triangolari, quadrangolari, pentagonali.....*
2° *Disegnare coni retti, coni obliqui.*
3° *Disegnare lo sviluppo di una piramide triangolare, di una piramide pentagonale, di un cono.*

DOMANDE. — 115. Come può venir riguardato il *cilindro?* — 116. Che cosa è la *piramide?* — 117. ...il *cono?*

Sfera.

118. La **sfera** è un solido terminato da una superficie curva, che ha tutti i suoi punti egualmente distanti da un punto interno, chiamato *centro*.

Ogni retta che va dal centro alla superficie sferica, è un *raggio* della sfera; ed ogni retta che passa pel centro e termina a due punti della superficie sferica, è un *diametro*. Il diametro intorno al quale si immagina che la sfera giri, chiamasi *asse*.

Ogni sezione fatta da un piano nella sfera è un circolo; e dicesi *circolo massimo* quello che passa pel centro della sfera; e *circolo minore* quello che non passa pel centro. Ogni circolo massimo divide la sfera in due parti eguali. La metà della sfera chiamasi **emisfero**.

Zona è la porzione di superficie sferica compresa fra due circonferenze parallele che ne sono le basi. Se una di queste circonferenze si riduce ad un punto, la zona non ha più che una base, e si dice **calotta sferica**.

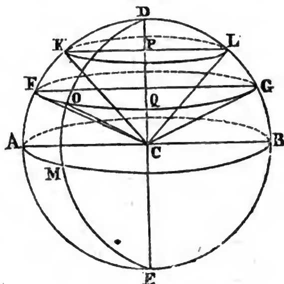
Segmento sferico è la porzione di sfera compresa tra due piani paralleli che ne sono le basi. Il segmento può anche avere una sola base.

Fuso sferico è la porzione di superficie sferica compresa fra due semicirconferenze di circoli massimi terminati allo stesso diametro.

Spicchio sferico od **unghia sferica** è la porzione di sfera compresa fra due semicircoli massimi terminati allo stesso diametro.

La figura 27 rappresenta una sfera. Le rette CL, CG sono *raggi;* AB, DE *diametri*. AMB è un *circolo massimo*, KPL un *circolo minore*, KDL è una *calotta sferica,* FGLK è un *segmento sferico;* e la superficie curva che lo termina, una *zona sferica;* la superficie EMAD compresa fra le due semicirconferenze EAD, EMD è un *fuso sferico;* e la porzione di sfera compresa fra i due semicircoli massimi EAD, EMD terminati al diametro DE, uno *spicchio sferico*.

Fig. 27.



Esercizi di disegno.

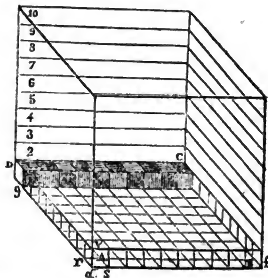
1° *Rilevare le somiglianze e le differenze tra i solidi sopra definiti.*
2° *Nominare oggetti che abbiano forma di prisma, di cubo, di piramide, di cono, di sfera, di spicchio sferico.....*
3° *Disegnare sfere, spicchi sferici, circoli massimi, circoli minori.*
4° *Disegnare lo sviluppo di una sfera.*

DOMANDE. — 118. Che cosa è la *sfera?* — Riferite la *nomenclatura* relativa alla *sfera.*

Metro cubo.

119. Le misure di *volume* sono di due sorta: di **solidità** e di **capacità.**

Le misure di solidità servono a valutare il volume delle *lastre* o dei *massi di marmo* e *di pietra...;* il volume dei *muri*, dei *legnami da costruzione*, dei *terrapieni...*, dei *mucchi di arena*, *di ghiaia*, ecc.


Fig. 28.

120. L'unità principale per le misure di solidità è il **metro cubo**: *m. c.*

Il **metro cubo** è un cubo di cui ciascun lato o spigolo ha un metro di lunghezza.

La figura 28 rappresenta un metro cubo.

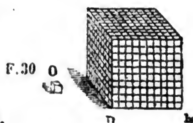
I *multipli* del metro cubo, cioè il **decametro cubo, l'ettometro cubo**, ecc. non sono adoperati per indicare il volume che essi esprimono.

— I *sottomultipli* del metro cubo sono:

Il **decimetro cubo** . . . . *d.c.*
Il **centimetro cubo** . . . . *c.c.*
Il **millimetro cubo** . . . . *mm.c.*

Il *decimetro cubo* è un cubo di cui ciascun lato ha un decimetro di lunghezza. Esso è la *millesima parte* del metro cubo, e vale mille centimetri cubi.

Il *centimetro cubo* è un cubo di cui ciascun lato ha un centimetro di lunghezza. Esso è la *milionesima parte* del metro cubo, e vale mille millimetri cubi.


Fig. 29. F. 30

Il *millimetro cubo* è un cubo di cui ciascun lato ha un millimetro di lunghezza. Esso è la *bilionesima parte* del metro cubo.

La fig. 29 è un centimetro cubo; e la fig. 30, un millimetro cubo.

DOMANDE. — 119. Di *quante specie* sono le misure di *volume?* — A che *servono* le misure di volume? — 120. Qual è l' *unità* principale per le misure di *solidità?* — Che cosa è il *metro cubo?* — ...il *decimetro cubo?* — ...il *centimetro cubo....?*

ESERCIZI.

Rispondere alle seguenti domande:

Che differenza vi è tra *decimetro cubo* e *decimo* di metro cubo? fra *centimetro cubo* e *centesimo* di metro cubo?

In un *decimo* di metro cubo quanti *decimetri cubi* vi hanno?

In un *centesimo* di metro cubo quanti *centimetri cubi* vi hanno?

Un *decimetro cubo* che parte è del metro cubo?... del decimo del metro cubo?... del centesimo del metro cubo?

Che cosa è la milionesima parte del metro cubo? la bilionesima?

Che cosa è la millesima parte del decimetro cubo?

Leggere numeri esprimenti misure cubiche.

121. REGOLA. — *Leggo la parte scritta a sinistra della virgola come se fosse un numero intero, aggiugnendovi la denominazione* metri cubi; *indi leggo la parte scritta a destra della virgola per gruppi di tre cifre ciascuno: il primo gruppo esprimerà* decimetri cubi, *il secondo* centimetri cubi, *il terzo* millimetri cubi. *Se manca una o due cifre per compiere il gruppo a destra, vi supplisco con zeri.* Così:

m. c. 26,125 ..... si legge: 26 metri cubi e 125 decimetri cubi.
m. c. 7,200008 .. si legge: 7 metri cubi, 200 decimetri cubi e 8 centimetri cubi.
m. c. 0,020057125 si legge: zero metri cubi, 20 decimetri cubi, 57 centimetri cubi, 125 millimetri cubi.
m. c. 3,54 ...... si legge: 3 metri cubi e 540 decimetri cubi.
m. c. 1,1 .... si legge: 1 metro cubo e 100 decimetri cubi.

ESERCIZI.

Leggere i seguenti numeri:

m. c. 7,210	m. c. 12,00345	m. c. 1,34567
m. c. 8,35	m. c. 2,1234	m. c. 0,4008
m. c. 0,4	m. c. 0,0010012	m. c. 9,07
m. c. 6,00074	m. c. 0,04020184	m. c. 0,00050

Scrivere in cifre numeri esprimenti misure cubiche.

122. REGOLA. — *Scrivo le cifre che esprimono i metri cubi, precedute dalle volute iniziali, indi la virgola; e a de-*

DOMANDE. — 121. Esponete la *regola* per *leggere* numeri esprimenti *misure cubiche*. — 122. Esponete la *regola* per *iscrivere* numeri esprimenti *misure cubiche*.

stra della virgola tre cifre per ogni sottomultiplo che si vuol esprimere. Se mancano le centinaia, le decine o le unità di un qualche sottomultiplo, vi supplisco con zeri. Onde scriverò tanti millesimi, *quanti sono i* decimetri *cubi che ho da rappresentare; tanti* milionesimi, *quanti sono i* centimetri *cubi; tanti* bilionesimi, *quanti sono i* millimetri *cubi.*

Così il numero 125 metri cubi, 234 decimetri cubi, 345 centimetri cubi si scrive... m. c. 125,234345 ; ovvero $125^{m.c.}$,234345.
8 metri cubi e 7 decimetri cubi .... si scrive: m. c. 8,007.
2 metri cubi e 125 centimetri cubi... si scrive: m. c. 2,000125.
1 millimetro cubo .... si scrive: m. c. 0,000000001.

ESERCIZI.

Scrivere in cifre i seguenti numeri, prendendo il metro cubo per unità:

2 metri c. e 140 decim. cubi.	9 decim. cubi e 10 centim. c.
0 metri c. e 45 decim. cubi.	12 metri cubi e 3 centim. cubi.
3 metri c. e 5 decim. cubi.	135 centimetri cubi.
5 decimetri cubi.	1000 decimetri cubi.
0 metri cubi e 86 centimetri c.	4125 millimetri cubi.

Riduzione delle misure cubiche di un ordine in quelle di altro ordine.

123. Regola. — *Riduco le misure cubiche di ordine superiore in quelle d'ordine inferiore, moltiplicando il numero che le esprime per* mille, *o per un* milione, *o per un* bilione, *secondochè l'unità d'ordine superiore vale* mille, un milione, un bilione *di unità o parti dell'ordine inferiore.*

E viceversa: *Riduco le misure cubiche di ordine inferiore in quelle d'ordine superiore, dividendo il numero che le esprime per* mille, un milione, un bilione, *secondochè vi bisognano* mille, *o* un milione, *o* un bilione *di unità o parti dell'ordine inferiore per farne una dell'ordine superiore.*

Così metri cubi 12,345 = dm. c. 12,345 × 1000 = dm. c. 12345
Decimetri cubi 9650 = metri cubi 9650 : 1000 = metri cubi 9,650.

Domande. — 123. Esponete la *regola* per *ridurre* le misure cubiche di *un ordine* in quelle di *altro ordine*.

ESERCIZI.

Ridurre:

Metri cubi 643,22 in d.c.
Metri cubi 3,5 in c.c.
Metri cubi 0,45 in c.c.
Metri cubi 4,3 in mm.c.
Centimetri cubi 15650 in d.c.
Decimetri cubi 20345,705 in m.c.
Decimetri cubi 45584,3 in m.c.
Decimetri cubi 125 in m.c.
Un decimetro cubo in c.c.
Un mezzo metro cubo in d.c.

Stero.

124. Lo **stero** è una misura eguale in volume al metro cubo, e s'impiega per misurare la *legna da ardere*, il *fieno*, la *paglia*... *S.* o *st.*

Lo stero non ha che un *multiplo* ed un *sottomultiplo.*

Il multiplo dello stero è il **decastero** che vale 10 steri o 10 metri cubi... *Ds.* o *decast.*

Il sottomultiplo dello stero è il **decistero** che è la decima parte dello stero, e vale 100 decimetri cubi.

Per misure effettive si ha lo *stero*, il *doppio stero* ed il *mezzo decastero;* ma raramente se ne fa uso. Sia la legna da ardere, sia il fieno si misurano d'ordinario a peso.

Leggere e scrivere numeri esprimenti il multiplo e sottomultiplo dello stero.

125. Regola. — *Leggo e scrivo il numero che contiene* steri, decasteri, decisteri *secondo la regola con cui si legge e si scrive il numero che contiene* metri, decametri e decimetri.

Steri 25,4 .... si legge 25 steri e 4 decisteri.
Decasteri 4,05 .... si legge 4 decasteri e 5 decisteri.
Decasteri 0,12 .... si legge zero decasteri, 12 decisteri.
E 9 steri 5 decisteri....... si scrive st. 9,5.
8 decasteri e 5 decisteri.. si scrive Ds. 8,05.
1 decistero.............. si scrive St. 0,1.
Un mezzo stero.......... si scrive St. 0,5.

ESERCIZI.

1° *Leggere i seguenti numeri:*

St. 4,5	St. 0,3	Ds. 2,25	Ds. 108,24
Ds. 7,85	St. 39,9	Ds. 0,04	St. 402,3

Domande. — 124. Che cosa è lo *stero?* — Qual è il suo *multiplo? ...sottomultiplo?* — 125. Esponete la *regola* per *leggere* e *scrivere* il multiplo e sottomultiplo dello *stero.*

2° *Scrivere in cifre i seguenti numeri:*

26 steri 8 decisteri	15 decasteri 13 decisteri
44 steri 9 decisteri	7 decasteri 8 decisteri.

PROBLEMI.

I. A lire 0,25 il decimetro cubo, qual è il prezzo del metro cubo? di 3 metri cubi? di 100 metri cubi?

II. A lire 15,5 il metro cubo, qual è il prezzo di 1 decimetro cubo? di 7 decimetri cubi? di mezzo metro cubo?

III. A lire 120 il metro cubo, qual è il prezzo di 3 decimetri cubi? di 10 centimetri cubi?

IV. A lire 100 il metro cubo, qual è il prezzo di 500 decimetri cubi? di 1000 centimetri cubi?

V. Si hanno da inghiaiare 7856 metri quadrati di strada, e si vuole spargere 25 decimetri cubi di ghiaia per ogni metro quadrato di strada: quanti metri cubi ve ne bisognano?

VI. Si vogliono far trasportare metri cubi 417,6 di terra col mezzo di 6 carri, ognun dei quali ne piglia mètri cubi 1,450 per volta. Quante gite deve fare ciascun carrettiere? Quanti giorni impiegheranno, facendo ciascuno 12 gite al giorno?

VII. 75 fanali consumano una notte per l'altra 528 decimetri cubi di gas ciascuno; il gas costa lire 0,35 il metro cubo: qual è la spesa annua?

VIII. A lire 140 il decastero, qual è il prezzo di 3 steri?

IX. A lire 7,45 lo stero, quanto costano steri 15,35?

X. Un tale aveva nel suo magazzino 545 decasteri di legna che gli costava lire 185,50 il decastero; un incendio gliene distrusse il decimo: a quanto monta il danno del proprietario?

Maniera di misurare il volume dei corpi.

126. Misurare un corpo è *cercare quante volte esso contiene l'unità di spazio.*

Il numero delle *unità di spazio* contenute nel corpo è il suo *volume.*

La misura dei corpi che non si possono dividere senza danno, come sarebbe un muro, o non si possono comodamente trasfondere in vasi come l'aria, o sono in troppo gran copia come le acque di uno stagno... non si eseguisce direttamente con misure effettive, ma si deduce dalle misure di alcune dimensioni lineari e superficiali.

DOMANDE. — 126. Che cosa significa *misurare un corpo?*

Volume del prisma, del cubo e del cilindro.

127. *Il volume del* **prisma** *si ha moltiplicando l'area della sua base per l'altezza.*

Sia un prisma alto metri 3,4 ed abbia per base un quadrato di m. 2,5 di lato; il volume sarà espresso da $2,5 \times 2,5 \times 3,4 =$ m.c. 21,250.

128. *Il volume del* **cubo** *si ha moltiplicando fra loro i tre numeri uguali che ne esprimono la lunghezza, la larghezza e l'altezza.*

Sia un cubo alto metri 0,3; il volume sarà espresso da $0,3 \times 0,3 \times 0,3 =$ metri cubi 0,027.

129. *Il volume del* **cilindro** *si ha moltiplicando l'area del circolo che ne è la base, per l'altezza.*

Sia un cilindro alto metri 2, ed abbia per base un circolo di m. 0,5 di raggio; il volume sarà espresso da $0,5 \times 0,5 \times 3,14 \times 2 =$ m.c. 1,570.

PROBLEMI.

I. Una spranga prismatica di ferro è lunga metri 3,40, ed ha per base un quadrato di metri 0,05 di lato: qual è il suo volume?

II. Una sbarra di ferro di forma cilindrica è lunga metri 2,5; e la circonferenza della base è di metri 0,2: quanto pesa? (1 centimetro cubo di ferro pesa grammi 7,7).

III. Un muro ha metri 60 di lunghezza, metri 2,65 di altezza, e metri 0,58 di grossezza: quanto costa a farlo costrurre al prezzo di lire 11,80 il metro cubo?

IV. Una colonna cilindrica di marmo ha metri 5,20 di altezza, e metri 0,36 di diametro: quanto pesa? (1 cent.c. di marmo pesa gr. 2,7).

V. Il volume di un prisma è di metri cubi 175; la base di metri quadrati 35: qual ne è l'altezza?

VI. Una camera è lunga metri 7,50; larga metri 6,40; alta metri 5,50: quanti metri cubi d'aria contiene?

VII. La torre inclinata di Pisa ha tanti metri di altezza, quanti ne avrebbe un prisma, la cui base fosse di 36 metri quadrati, ed il volume 2268 metri cubi: trovate quest'altezza.

VIII. Quante casse aventi metri 1,35 di lunghezza, metri 0,65 di larghezza, metri 0,40 di altezza si possono assettare in un magazzino lungo metri 9, largo metri 6,40, e alto metri 3,25?

IX. Qual è la capacità di una botte il cui diametro maggiore è di metri 0,60; il minore di metri 0,50; e la lunghezza di metri 1,20? (Una botte si può quasi ridurre ad un cilindro di diametro uguale alla semisomma del diametro maggiore e del minore).

DOMANDE. — 127. Come si ha il volume del *prisma?* — 128. ...del *cubo?* — 129. ... del *cilindro?*

Volume della piramide, del cono e della sfera.

130. *Il volume della* **piramide** *si ha moltiplicando l'area della base per il terzo dell'altezza.*

Sia una piramide alta metri 6, ed abbia per base un quadrato di metri 3 di lato; il volume sarà espresso da 3 × 3 × 2 = metri cubi 18.

131. *Il volume del* **cono** *si ha moltiplicando l'area del circolo che gli serve di base, per il terzo dell'altezza.*

Sia un cono alto metri 0,75, e sia il raggio della base di m. 0,4; il volume sarà espresso da 0,4 × 0,4 × 3,14 × 0,25 = m.c. 0,140600.

132. *Il volume della* **sfera** *si ha moltiplicando la sua superficie per il terzo del raggio.*

E la superficie della sfera *si ha moltiplicando la circonferenza di un suo circolo massimo pel suo diametro*: ovvero *moltiplicando l'area di un suo circolo massimo per 4;* o *moltiplicando il quadrato del suo diametro per 3,1416.*

Sia il diametro di una sfera di metri 3; il volume sarà espresso da 3 × 3 × 3,14 × 0,5 = metri cubi 14,130.

PROBLEMI.

I. La base di una piramide è di 2 metri quadrati; l'altezza di 17 metri: qual è il suo volume?

II. Una piramide di granito ha 8 metri q. di base, e 18 metri di altezza: qual è il suo peso? (1 decim. c. di granito pesa chilogr. 2,65).

III. Una montagna conica ha presso a poco le seguenti dimensioni: elevazione al di sopra del suolo 600 metri; contorno della base 2670 metri: calcolatene il volume.

IV. Una sfera ha metri 3,40 di diametro: qual è il suo volume?

V. Una sfera di piombo ha un decimetro di raggio: quanto pesa? (1 centimetro cubo di piombo pesa grammi 11,4).

VI. Trovare il volume ed il peso approssimativo del globo che abitiamo, ritenendo che il peso medio di ogni metro cubo è di 550 miriagrammi circa.

VII. Il volume di una sfera è di metri cubi 0,90432, ed il raggio di metri 0,6: qual è la sua superficie?

VIII. Una sfera ha 2 metri di raggio: qual è la sua superficie?

IX. Il raggio di una sfera è 1 metro; il raggio di un'altra è 2 metri. Quante volte la superficie ed il volume della prima sfera sono rispettivamente contenuti nella superficie e nel volume della seconda?

DOMANDE. — 130. Come si ha il volume della *piramide?* — 131. ...del *cono?* — 132. ...della *sfera?*

MISURE DI CAPACITÀ.

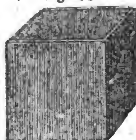
Litro.

133. Si dicono **misure di capacità** quelle che servono a misurare i liquidi, come *vino*, *birra*, *latte...;* e le materie secche, come *grano*, *riso*, *meliga*, *ceci*, *piselli*, *fagiuoli...*

L'unità delle misure di capacità è il **litro:** *Lt.* o *lit.*

Il **litro** è un vaso della capacità di un decimetro cubo.

Fig. 31.



— I *multipli* del litro sono:

Il **decàlitro** che vale 10 litri: *Dl.*
L'ettòlitro » 100 litri: *El.*

— I *sottomultipli* del litro sono:

Il **decìlitro** che è la decima parte del litro: *dl.*
Il **centìlitro** che è la centesima parte del litro: *cl.*

Il miriàlitro, il chilolitro, il millilitro non sono in uso

Misure effettive di capacità.

134. Le misure effettive di capacità sono:

Il **litro,** il **doppio litro** ed il **mezzo litro;**

Il **decalitro,** il **doppio decalitro** ed il **mezzo decalitro;**

L'ettolitro, il **doppio ettolitro** e il **mezzo ettolitro;**

Il **decilitro,** il **doppio decilitro** e il **mezzo decilitro;**

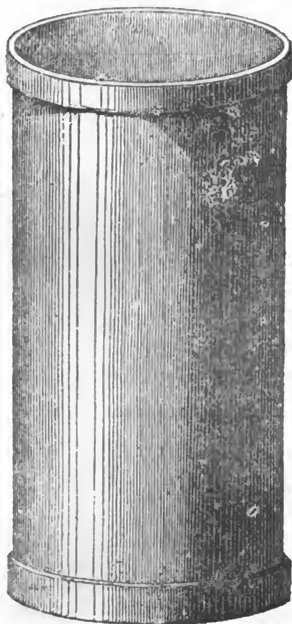
Il **centilitro** e il **doppio centilitro.**

Queste misure hanno forme e dimensioni diverse, secondo l'uso a cui sono destinate, e la materia di cui sono formate; e tutte devono portare

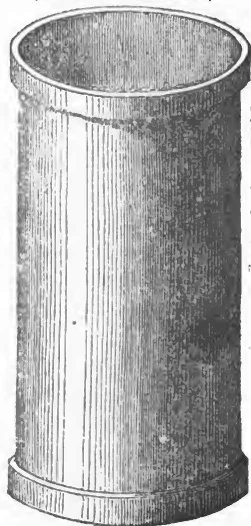
DOMANDE. — 133. Quali *misure* diconsi di *capacità?* — Qual è l'*unità* delle misure di *capacità?* — 134. Quali sono le misure *effettive* di capacità?

inscritto esternamente in caratteri romani il nome esprimente la loro capacità. *(Vedi il Regol. per la fabbricazione dei pesi e delle misure.)*

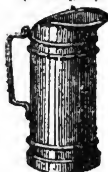
Ettolitro
(alla decima dimensione)



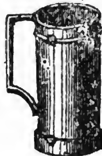
Mezzo ettolitro
(alla decima dimensione)



Litro
(di stagno)



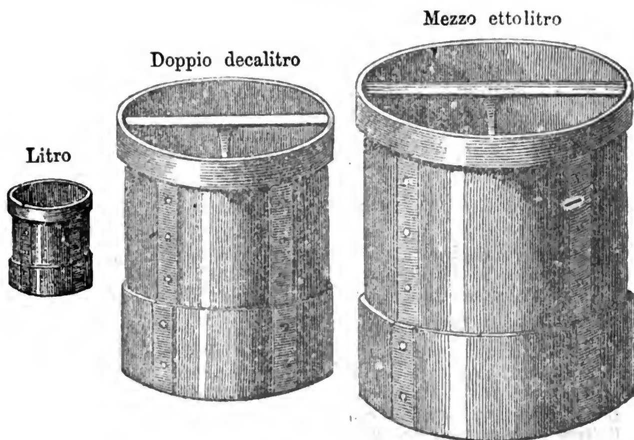
Litro
(di latta)



Litro
(di vetro)



(alla decima dimensione.)



(alla decima dimensione).

Leggere e scrivere numeri esprimenti misure di capacità.

135. REGOLA. — *I numeri che esprimono misure di capacità, si leggono e si scrivono secondo la regola delle misure lineari.*

Lt. 25,20..................	si legge 25 litri, 20 centilitri.
Ettol. 4,36..................	si legge 4 ettolitri, 36 litri.
Decal. 5,24..................	si legge 5 decalitri, 24 decilitri.
E litri quattro, quindici centilitri	si scrive Lt. 4,15; ov. $4^{lt},15$.
Tre ettolitri, due litri..........	si scrive El. 3,02.
Quattro decilitri...............	si scrive Lt. 0,4.

ESERCIZI.

1° *Leggere i seguenti numeri:*

Lt. 33,25	Dl. 15,8	El. 14,723
Lt. 0,02	Dl. 30,1232	cl. 10,1
El. 4,125	El. 20,9	dl 0,35

2° *Scrivere in cifre i seguenti numeri:*

Otto litri e tre centilitri.	Quindici ettolitri e venti litri.
Quattro ettolitri e un litro.	Quaranta centilitri.
Trenta decalitri e nove decilitri.	Undici decalitri e due centilitri.

DOMANDE. — 135 Come si *leggono* e si *scrivono* numeri esprimenti misure di *capacità?*

Riduzione delle misure di capacità.

136. REGOLA. — *Per ridurre le misure di capacità di un ordine in quelle di ordine inferiore o superiore, opero secondo la regola delle misure lineari.* Così:

Ettolitri 5,2 = decalitri 5,2 × 10 = Dl. 52;
E decalitri 8,25 = ettolitri 8,25 : 10 = El. 0,825.

ESERCIZI.

1° *Ridurre:*

3 decalitri in litri.	1834 decilitri in decalitri.
7 ettolitri in decilitri.	28 litri in millilitri.
15 decalitri in ettolitri.	25 decilitri in litri.

2° *Rispondere alle seguenti domande:*

Come si chiama la misura effettiva di 100 litri?... di 20 litri?... di 5 litri?... di 50 litri?... di 5 decilitri?... di 2 decilitri?... di 2 litri?...
Il litro che parte è del metro cubo?... dell'ettolitro?...
Il decilitro che parte è del decalitro?... del litro?... dell'ettolitro?...
Il litro quanti decimetri cubi vale?... quanti centimetri cubi?...
Il centilitro quanti centimetri cubi vale?... quanti millimetri cubi?...
A qual misura cubica equivale il millilitro?...

PROBLEMI.

I. A lire 1,25 il litro, qual è il prezzo del decalitro? dell'ettolitro?
II. A lire 47,50 l'ettolitro, qual è il prezzo del litro? del decalitro?
III. A lire 3,70 il decalitro, qual è il prezzo di 45 litri? di 3 ettolitri? di 9 decilitri?
IV. Quanto costano 36 ettolitri e mezzo di vino a L. 0,25 il litro?
V. Si vendono 125 ettolitri di frumento a lire 3,75 il doppio decalitro; qual somma si ricava?
VI. Per 38 decalitri e mezzo di cognac si pagarono lire 2213,75: qual è il prezzo del litro?
VII. 15 litri di birra a lire 23 l'ettolitro, quanto costano?
VIII. Si vogliono imbottigliare ettolitri 2,55 di vino: quante bottiglie da 75 centilitri l'una vi vogliono?
IX. Una botte contiene ettolitri 7,49 di vino; ogni giorno se ne spillano 7 litri: dopo quanti giorni la botte sarà vuota?
X. Un tino di forma cilindrica ha internamente m. 1,05 di altezza, e m. 7 di circonferenza: quanti ettolitri di vino può contenere?
XII. Un ettolitro di vino costò 45 lire: quanti litri d'acqua bisogna mescolarvi, affinchè non venga a costare che 30 centesimi il litro?

DOMANDE. — Come si *riducono* le misure di capacità di *un ordine* in quelle di un *altro?*

MISURE DI PESO.

Il gramma.

137. Si chiamano **misure di peso** quelle che servono a valutare il peso dei corpi.

L'unità principale delle misure di peso è il **gramma:** *g.* o *gr.*

Il **gramma** è il peso di un centimetro cubo d'acqua distillata, presa alla temperatura di 4 gradi centesimali.

— I *multipli* del gramma sono:

Il **decagramma** = *10* grammi: *Dg.*
L'**ettogramma** = *100* grammi: *Eg.*
Il **chilogramma** = *1000* grammi: *Cg.*
Il **miriagramma** = *10000* grammi: *Mg.*

— I *sottomultipli* del gramma sono:

Il **decigramma** = *0,1* di gramma: *dg.*
Il **centigramma** = *0,01* di gramma: *cg.*
Il **milligramma** = *0,001* di gramma: *mg.*

Il *chilogramma* è d'ordinario adoperato come unità principale: esso è il peso di un litro d'acqua distillata.

— Per esprimere pesi maggiori del miriagramma si fa uso del **quintale** metrico e della **tonnellata** di mare.

Il **quintale** metrico è il peso di 100 chilogrammi: *Q.*
La **tonnellata** di mare è il peso di 1000 chilogr.: *T.*

Misure effettive di peso.

138. Le misure effettive di peso sono 24, cioè:

DOMANDE. — 137. Quali *misure* chiamansi di *peso?* — Qual è l'*unità* principale delle misure di *peso?* — Che cosa è il *gramma?* ...i *multipli* del gramma? ...i *sottomultipli?* — Che cosa è il *quintale?* ...la *tonnellata* di mare? — 138. Quali sono le misure *effettive* di *peso?*

1, 2, 5 grammi	1, 2, 5 miriagrammi
1, 2, 5 decagrammi	1, 2, 5 decigrammi
1, 2, 5 ettogrammi	1, 2, 5 centigrammi
1, 2, 5 chilogrammi	1, 2, 5 milligrammi.

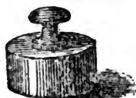
La legge determina quali di queste misure si possano costrurre in *ferro*, in *ghisa*, in *ottone;* qual *forma* e quali *contrassegni* debbano avere; e li assoggetta ogni anno alla *verificazione* per evitare le contraffazioni e le frodi.

Pesi in ottone *in grandezza naturale.*

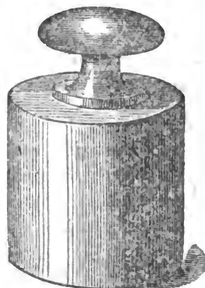
Gramma.



Decagramma.



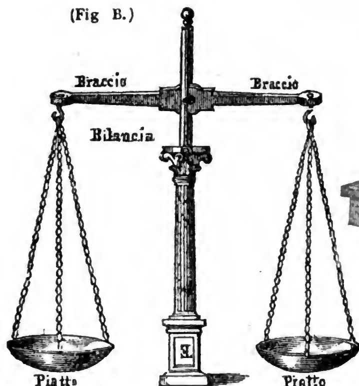
Ettogramma.

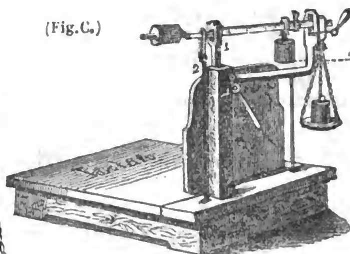


Gli strumenti per pesare, il cui uso è permesso in commercio, sono: la **stadera semplice** (fig.A.), la **bilancia a bracci uguali** (fig. B.), la **bilancia a bilico** e la **stadera a bilico** (fig. C.).

(Fig. A.)







Stadera a bilico.

Leggere e scrivere in cifre numeri esprimenti misure di peso.

139. REGOLA. — *I numeri che esprimono misure di peso, si leggono e si scrivono secondo la regola delle misure lineari.*

Per es. il numero

gr.	24,005	si legge 24 grammi e 5 milligr.
gr.	0,4	si legge 4 decigrammi.
Chg.	7,25	si legge 7 chilogr. 25 decagrammi.
Mg.	3,4567	si legge 3 miriagr. 4567 grammi.

5 grammi e 4 centigr. (preso il *gramma* per unità) si scrive gr. 5,04
7 Chg. e 8 decagr. (preso il *miriagr.* per unità), si scrive Mg. 0,708

ESERCIZI.

1° *Leggere i seguenti numeri:*

gr.	125,12	Chg.	7,428	Dg.	0,004	dg.	2,5
gr.	5,07	Chg.	0,80	gr.	414,7	dg.	0,25
Chg.	9,025	Dg.	15,813	gr.	0,25	cg.	3,4
Chg.	10,0011	Dg.	19,2116	Eg.	3,15	Et.	0,234

2° *Preso il gramma per unità, scrivere in cifre i seguenti numeri:*

25 grammi, 7 centigrammi.
8 decigrammi.
15 centigrammi.
3 milligrammi.
3 decagrammi e 1 decigramma.
2 ettogr., 7 grammi e 1 millig.
12 decigrammi.
Un mezzo ettogramma.

DOMANDE. — 139. Esponete la *regola* per *leggere* e *scrivere* numeri esprimenti misure di *peso*.

3° *Preso il chilogramma per unità, scrivere in cifre i seguenti numeri:*

6 chilogrammi e 8 decagr.
7 miriagr. e 7 ettogrammi.
95 centigrammi.
Un mezzo chilogramma.

1 miriagr. e 1 gramma.
3 ettogr. e 7 milligrammi.
5 decagr. e 5 centigr.
Un mezzo miriagramma.

Riduzione delle misure di peso.

140. Regola. — *Per ridurre le misure di peso di un ordine in quelle di ordine superiore od inferiore, opero secondo la regola delle misure lineari e di capacità.*

Così: Chilogr. 4,25 = Ettogr. 4,25 × 10 = Ettogr. 42,5.
Grammi 1234 = Chilogr. 1234 : 1000 = Chilogr. 1,234.

ESERCIZI.

1° *Ridurre*

Chilogrammi 2 in ettogr.	7 Ettogr. in decigrammi.
Ettogr. 4,25 in grammi	412 decigr. in milligr.
Miriagr. 7,423 in grammi.	90 decagr. in decigrammi.
Grammi 725 in chilogr.	12345 grammi in miriagr.

2° *Rispondere alle seguenti domande:*

Quanto pesa un litro d'acqua pura? un decalitro? un ettolitro? un decilitro? un centilitro? un millilitro?

Qual è il peso di 140 decimetri cubi d'acqua pura? di 1 metro cubo?

Esprimete in litri i seguenti volumi: 25 decimetri cubi; 4955 centimetri cubi; metri cubi 2,658; decimetri cubi 7,345.

Dite il peso ed il volume di 250 litri d'acqua pura; di 35 decalitri; di 45 ettolitri; di 30 decilitri; di 65 centilitri.

Qual è il numero di litri che corrisponde a 25 chilogr. d'acqua pura? a 15 ettogr.? a 39 decagr.? a chilogr. 65,25? a ettogr. 275,8?

Quanti quintali metrici vi hanno in 600 chilogrammi?

PROBLEMI.

I. A lire 4,25 il chilogr., qual è il prezzo di un miriagramma?

II. A lire 0,05 il gramma, qual è il prezzo di 1 decagramma? di 1 ettogramma? di 1 chilogr.? di 1 miriagr.?

III. A lire 85,20 il miriagr., qual è il prezzo di 1 chilogr.? di 1 ettogr.? di 1 decagr.? di 7 grammi?

IV. A lire 3,10 il gramma, quanto costa una catenella d'oro che pesa 3 decagrammi e mezzo?

V. Una cesta piena di bozzoli pesa 7 miriagr. e 4 ettogr., e vuota

Domande. — 140. Come si riducono le misure di peso di *uno* in *altro ordine*?

pesa 9 chilogr.; i bozzoli furono venduti lire 64,50 il miriagramma: quanto si deve avere?

VI. Si fanno trasportare 125 quintali a lire 0,75 il quintale: quanto si deve pagare?

VII. A lire 18 il quintale, qual è il prezzo di 9 chilogrammi?

VIII. Qual è la capacità di un vaso di forma irregolare, il quale pesa chilogr. 3,235 vuoto; e chilogr. 27,65 pieno d'acqua pura?

IX. Un vaso pieno d'acqua pura pesa chilogr. 4,8; il peso del vaso è di 6 ettogrammi: qual è la capacità di cotal vaso?

X. Un decalitro di olio di oliva pesa chilogr. 9,7 e costa L. 24,90: qual è il prezzo del chilogramma e il prezzo del litro?

XI. Un centimetro cubo di ferro pesa 7 grammi: dite quanto pesi una palla di ferro, avente 3 centimetri di raggio.

XII. Per 130 decagrammi si pagarono lire 11,70; quanto si dovrà pagare per 1 chilogramma?

MISURE DI VALORE.

141. Si dicono misure di **valore o monetarie** quelle che servono a rappresentare il prezzo di un oggetto o di un lavoro.

L'unità monetaria principale è la **lira nuova:** *L.*

La **lira nuova** è una moneta d'argento del peso di 5 grammi al titolo di 835 millesimi.

I *multipli* ed i *sottomultipli* della lira crescono e diminuiscono di dieci in dieci; ma in luogo di *decalira*, *ettolira*, *chilolira....*, *decilira*, *centilira*, *millilira...*, si dice **dieci lire, cento lire, mille lire...; decimo, centesimo, millesimo...**

Monete effettive.

142. Le monete effettive del nostro Regno sono 13: quattro di *oro*, cinque di *argento*, e quattro di *rame*.

Di **oro** sono le pezze da lire **100, 50, 20, 10** al *titolo* di 0,9.

DOMANDE. — 141. Quali *misure* diconsi di *valore?* — Qual è l'*unità* principale *monetaria?* — 142. Quante e quali sono le *monete effettive* del nostro Regno?

Eccone la figura in grandezza naturale:

100 lire.



20 lire.



50 lire.



10 lire.



Di **argento** sono le pezze da L. **5**, **2**, **1**, da **50** centesimi, **20** centesimi, al titolo di 835 millesimi; eccetto la pezza da L. 5 che è al titolo di 0,9 come le pezze di oro.

Eccone la figura in grandezza naturale:

2 lire.



5 lire



1 lira.



50 centesimi.



20 centesimi.



Di **rame** sono le pezze da **10** centesimi, da **5** centesimi, da **2** centesimi, da **1** centesimo; esse contengono 0,96 di rame, e 0,04 di stagno.

Eccone la figura in grandezza naturale:

10 centesimi.



5 centesimi.



2 centesimi



1 centesimo.



Le monete *di oro* hanno un valore legale, che è **15 volte e mezzo** quello dell'argento monetato a egual peso.

Le monete *di argento* hanno un valore legale **20 volte** maggiore di quello del rame monetato a egual peso.

Le monete *di rame* valgono tanti *centesimi* di lira, quanti *grammi* esse pesano.

Le monete portano da una parte l'indicazione del loro valore, e dall'altra l'effigie del Sovrano sotto il cui regno vennero battute. Ed è uso che, stando la faccia di un Sovrano rivolta per es. a destra, quella del suo successore stia rivolta a sinistra; e così alternativamente. Sull'*esergo* o superficie curva delle nostre monete..., sta scritta la parola *fert*.

Oltre le monete effettive *metalliche*, sono ora in corso i *biglietti di banca* del valore *nominale* di L. 1000; di L. 500; di L. 250; di L. 100; di L. 50; di L. 40; di L. 25; di L. 20; di L. 10; di L. 5; di L. 2; di L. 1.

ESERCIZI.

Rispondere alle seguenti domande:

Qual è il valore di 1 gramma di argento monetato? . . . di 1 gramma d'oro monetato ? . . . di 1 gramma di rame monetato ?

Cento centesimi in moneta di rame quanto pesano?

Quanto pesa la pezza da 5 lire? da 2? da 50 cent.? da 20 cent. ?

Quanto pesano 10 lire in argento ? 100 lire ? 1000 lire ? 800 lire?

Si riceve'te una certa somma in oro : quanto sarebbe più pesante un'egual somma in argento? in rame?

Si ricevette una certa somma in rame: qual sarebbe il peso di una egual somma in argento? in oro?

Leggere e scrivere numeri esprimenti misure monetarie.

143. REGOLA. — *I numeri esprimenti monete si leggono e si scrivono alla maniera dei numeri decimali ordinari.*

Per es. L. 25,08 si legge 25 lire e 8 centesimi.
L. 0,75 si legge 75 centesimi.
E lire dieci e dieci centesimi .... si scrive L. 10,10.
Venticinque centesimi .... si scrive L. 0,25.
Sette lire e sette centesimi .... si scrive L. 7,07.

ESERCIZI.

1° *Leggere i seguenti numeri:*

L. 4,12	L. 0,050	L. 125,04
L. 11,03	L. 0,3	L. 1567,83
L. 107,07	L. 0,45	L. 0,123

2° *Scrivere in cifre i seguenti numeri:*

Cento lire e cinque centesimi.	Dodici decimi.
Dieci lire e cento millesimi.	Un mezzo centesimo.
Duecento lire e sedici millesimi.	Trenta millesimi.
Tre centesimi.	Un mezzo decimo.

Riduzione delle misure monetarie.

144. REGOLA. — *Riduco le lire in decimi o in centesimi, moltiplicando per 10 o per 100 il numero che le esprime.*

Per es. lire 25 = decimi 25 × 10 = 250 decimi.
Lire 25,30 = centesimi 25,30 × 100 = 2530 centesimi.

Viceversa *riduco i decimi o i centesimi in lire, dividendo per 10 o per 100 il numero che li esprime.*

Per es. 1250 decimi = lire 1250 : 10 = lire 125.
e 1250 centesimi = lire 1250 : 100 = lire 12,50.

ESERCIZI.

Rispondere alle seguenti domande:

1 decimo e 1 centesimo di lira quanti centesimi fanno?
3 lire e 4 decimi quanti decimi fanno? quanti centesimi?
10,000 centesimi quante lire fanno?
Quante pezze da 50 centesimi vi vogliono per fare 5 lire?
Quante pezze da 20 centesimi vi vogliono per fare 100 lire?
Qual è il volume d'acqua distillata che pesa quanto 5 lire in argento? quanto 200 lire? lire 9,50? lire 0,20? lire 1?

DOMANDE. — 143. Come si *leggono* e si *scrivono* i numeri esprimenti *monete?* — 144. Esponete la *regola* per la *riduzione* delle misure *monetarie.*

PROBLEMI.

I. Quante pezze da lire 2 vi vogliono per fare un peso di 2 miriagr.?

II. Un oggetto posto in un piattello della bilancia fa equilibrio a 45 monete da 50 centesimi e 12 monete da 20 centesimi: quanto pesa?

III. Una moneta d'argento da lire 5 non pesa più che 23 grammi: quanto scade di valore?

IV. In un piattello della bilancia vi ha tre chilogr. di monete d'argento: quante monete d'oro da lire 10 bisognerà mettere nell'altro piattello per l'equilibrio?

V. L'acqua distillata contenuta in un vaso pesa tanto, quanto pesano 525 monete d'argento da lire 2: quanti litri d'acqua vi è in quel vaso?

VI. Quante monete d'argento da lire 5 vi vogliono per fare un peso di 1800 grammi?

VII. Dite il numero delle pezze d'argento da lire 5 che vi ha in tre sacchetti; uno dei quali pesa 595 grammi; l'altro 47 ettogr.; il terzo 9 chilogr. (non compreso il peso del sacchetto).

VIII. Quanto pesano 25 mila lire in monete d'oro? di rame?

IX. Trovate il valore di 1 chilogramma di ciascuna specie di monete effettive.

X. Una cassa piena di monete d'argento pesa 78 chilogrammi: che somma rinchiude, essendo il peso della cassa chilogrammi 7,275?

XI. Qual è il peso del mercurio contenuto in un vaso di litri 8,05; sapendosi che un centimetro cubo di mercurio pesa grammi 13,6?

XII. Qual è il peso del rame contenuto in una somma di 5650 lire formata da pezze di lire 1?

XIII. L'acqua contenuta in un bicchiere pesa tanto, quanto pesano 275 pezze o monete da 20 centesimi: qual è la capacità del bicchiere?

XIV. Si distribuirono lire 92,25 ai poveri di un Comune; si diedero a ciascun povero 75 centesimi: quanti furono i poveri beneficati?

CAPITOLO QUARTO.

DELLE FRAZIONI ORDINARIE.

145. Se si divide una *unità* in *due*, *tre*, *quattro*, *cinque*, ecc. . *parti eguali*, una o più di queste parti è una **frazione determinata** dell'unità.

DOMANDE. — 145. Come si ha la *frazione determinata* dell'unità?

Le parti eguali in cui l'unità può essere divisa, si chiamano *metà*, *terzi*, *quarti*, *quinti*, *sesti*, *settimi*, *ottavi*, *noni*, *decimi*, *undicesimi*, *dodicesimi* . . . e così di seguito con la terminazione in *esimo*.

Metà è una delle *due* parti eguali in cui può essere divisa l'unità; due metà fanno l'unità.

Terzo è una delle *tre* parti eguali in cui può essere divisa l'unità; tre terzi fanno l'unità.

Quarto, quinto, sesto, settimo, ottavo, nono, decimo, undicesimo, ecc., sono una delle 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ecc. parti uguali in cui può essere divisa l'unità.

146. *Per esprimere una frazione sono necessari due numeri: uno è per indicare* quante *sieno le parti contenute nella frazione, e si chiama* **numeratore**; *l'altro è per indicare* quante *sieno le parti eguali contenute nell'unità, e si chiama* **denominatore.**

Per es. dicendo *due terzi*, si indica che *due* sono le parti contenute nella frazione, e *tre* le parti eguali contenute nell'unità. Ossia che si hanno *due* delle *tre* parti uguali in cui l'*unità* è divisa. *Due* è il *numeratore*, e *tre* il *denominatore*.

Il numeratore e il denominatore chiamansi ancora i **due termini** della frazione.

147. *Per iscrivere una frazione si traccia una linea; e si scrive il numeratore sopra, e il denominatore sotto.* Così:

Due terzi si scrive $\frac{2}{3}$ od anche $^2/_3$.

La linea che separa i due termini della frazione, è *segno* di divisione: il numeratore è il *dividendo*, e il denominatore il *divisore*.

Così $^3/_4$ dell'unità è lo stesso che 3 *unità* divise per 4.

In fatti volendo dividere 3 per 4, potremmo scomporre ciascuna delle 3 unità in quattro quarti, e prendere uno di questi quarti per ogni unità contenuta nel dividendo 3; il risultato è appunto $^3/_4$.

ESERCIZI.

1° *Leggere le seguenti frazioni e dirne il significato.*

$\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{6}{7}$; $\frac{8}{9}$; $\frac{11}{13}$; $\frac{15}{20}$; $\frac{18}{35}$; $\frac{75}{304}$; $\frac{7}{3456}$

DOMANDE. — Che nome hanno le *parti* in cui può essere divisa l'unità; e che cosa è *metà*, *terzo*, *quarto*, ecc. ...? — 146. Quanti *numeri* sono necessari per *esprimere* una *frazione*? — 147. In che modo si *scrive* una frazione?

2° *Rispondere alle seguenti domande, scrivendone la risposta in cifre.*
Che cosa è il terzo di uno? il quarto di tre? il sesto di cinque? il quinto di due?
La lira che parte è dello scudo? il litro, del mezzo ettolitro? il doppio metro, del decametro? tre decimetri cubi, del metro cubo?
Il minuto che parte è dell'ora? l'ora, del giorno? il giorno, dell'anno? l'anno, del lustro? il lustro, del secolo?

Frazione impropria — Numero frazionario — Frazione apparènte.

148. Si chiama **frazione impropria** quella che contiene un intero ed una frazione; ed ha perciò il numeratore più grande del denominatore.

Per es. $^6/_5$ è una frazione impropria: essa contiene 6 parti, cinque delle quali fanno l'unità.

Per estrarre *l'intiero* contenuto nella frazione impropria *si divide il numeratore pel denominatore; il quoziente incompleto darà il numero intero; ed il resto sarà il numeratore della frazione che va unita all'intero.*

Così $\frac{13}{5} = 2 + \frac{3}{5}$.

In fatti la frazione $^{13}/_5$ si compone di 13 parti, cinque delle quali fanno l'unità: onde conterrà tante unità, quante volte contiene il 5. Eseguendo la divisione, trovasi 2 per quoziente e 3 per resto. Il quoziente 2 esprime le due unità contenute nella frazione; il resto 3 esprime i $^3/_5$ di unità uniti all'intero 2.

ESERCIZI.

Estrarre gli intieri dalle seguenti frazioni improprie:

$\frac{7}{2}$; $\frac{11}{9}$; $\frac{25}{7}$; $\frac{44}{8}$; $\frac{75}{20}$; $\frac{37}{4}$; $\frac{82}{9}$; $\frac{100}{3}$; $\frac{121}{12}$; $\frac{376}{15}$

149. Si chiama **numero frazionario** o **misto** quello che è composto di un intero e di una frazione dall'intero distinta.

Per es. $2 + {}^3/_4$ è un numero frazionario o misto.

Un numero *frazionario* si può sempre ridurre alla forma di *frazione impropria*. Per questo

Si moltiplica l'intero pel denominatore della frazione;

DOMANDE. — 148. Qual è la *frazione impropria*, e come si estrae l'*intiero* della frazione impropria? — 149. Qual è il *numero frazionario* o *misto*, e come si *riduce* in frazione impropria?

al prodotto si aggiunge il numeratore, ed al risultato si dà per denominatore quello stesso della frazione.

Così $2 + \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4 + 3}{4} = \frac{11}{4}$.

In fatti due unità valgono due volte quattro quarti, ossia 8 quarti: perciò 2 unità e $^3/_4$ varranno $^8/_4 + ^3/_4$, ossia $^{11}/_4$.

ESERCIZI.

Ridurre in frazione impropria i seguenti numeri frazionari.

$1 + \frac{1}{2}$; $2 + \frac{3}{5}$; $4 + \frac{5}{6}$; $7 + \frac{8}{9}$; $12 + \frac{6}{7}$; $15 + \frac{3}{8}$.....

$8\,^3/_{10}$; $14\,^5/_6$; $34\,^6/_4$; $45\,^1/_3$; $30\,^8/_{51}$; $99\,^1/_9$.....

150. Si chiama **frazione apparente** quella che ha il numeratore esattamente divisibile pel denominatore.

Per es. $\frac{4}{2}$, $\frac{6}{3}$, $\frac{15}{5}$, $\frac{36}{9}$, $\frac{40}{8}$, $\frac{6}{1}$ sono frazioni apparenti: perchè di frazione non hanno che l'*apparenza* o forma.

Un numero intero si può sempre ridurre in *frazione apparente* di un dato denominatore. Per questo

Si moltiplica l'intero pel denominatore che si vuol dare alla frazione; il prodotto ottenuto ne sarà il numeratore.

Così per ridurre 8 in quinti si moltiplica 8 per 5, e si hanno $^{40}/_5$. In fatti una unità vale 5 quinti: dunque 8 unità varranno 8 volte 5 quinti, ossia $^{40}/_5$.

ESERCIZI.

1° *Ridurre i numeri*

5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 35, 48..... in quarti;
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 16..... in sesti.

2° *Rispondere alle seguenti domande:*

Se una quantità è la metà di un'altra, che cosa è quest'altra rispetto alla prima?

Se una quantità è i quattro settimi di un'altra, che cos'è quest'altra della prima?

Se il chilometro è i due quinti circa del miglio piemontese, che cosa è il miglio rispetto al chilometro?

Se il raso è i sei decimi del metro, che cosa è il metro rispetto al raso?

Quanti terzi vi ha in ciascuno dei numeri 1, 5, 9, 11, 13, 15?

DOMANDE. — 150. Qual è la frazione *apparente?* E come si fa per ridurre un *numero intero* in frazione *apparente?*

:: *Riconoscere ne' seguenti esempi quali frazioni siano proprie, quali improprie, quali apparenti, e darne la ragione.*

$$\frac{1}{2};\ \frac{3}{2};\ \frac{2}{3};\ \frac{5}{7};\ \frac{7}{5};\ \frac{8}{4};\ \frac{9}{2};\ \frac{15}{5};\ \frac{125}{25};\ \frac{13}{13};\ \frac{11}{10}\dots$$

Proprietà delle frazioni.

151. — 1° *Se si moltiplica il solo numeratore, ovvero si divide il solo denominatore di una frazione per un numero intero, la frazione è in entrambi i casi moltiplicata per lo stesso numero intero.*

In fatti col moltiplicare il numeratore ad es. per 2, 3, 4, ecc., diventa *doppio*, *triplo*, *quadruplo*, ecc. il *numero* delle parti contenute nella frazione; e col dividerne il denominatore per 2, 3, 4, ecc., diventa *doppia*, *tripla*, *quadrupla*, ecc. la *grandezza* delle parti contenute nell'unità.

Abbiasi la frazione 1/4: se si moltiplica il numeratore per 2, si ha la frazione 2/4 doppia di 1/4, perchè doppio è il numero delle parti in essa contenute; se si divide il denominatore per 2, si ha la frazione 1/2 doppia anch'essa di 1/4, perchè doppia è la grandezza delle parti contenute nell'unità.

— 2° *Se si divide il solo numeratore, ovvero si moltiplica il solo denominatore di una frazione per un numero intero, la frazione stessa viene in ambi i casi divisa per tale numero intero.*

In fatti col dividere il numeratore, ad es. per 2, 3, 4, ecc., diventa due, tre, quattro, ecc. volte più piccolo il *numero* delle parti contenute nella frazione; e col moltiplicarne il denominatore per 2, 3, 4, ecc., diventa due, tre, quattro... volte più piccola la *grandezza* delle parti contenute nell'unità.

Abbiasi la frazione 4/5: se ne divido il numeratore per 2, ho la frazione 2/5 due volte più piccola di 4/5, perchè due volte più piccolo è il *numero* delle parti in essa contenute; se ne moltiplico il denominatore per 2, ho la frazione 4/10 due volte anch'essa più piccola di 4/5, perchè due volte più piccola è la grandezza delle parti contenute nell'unità.

— 3° *Se si moltiplicano, ovvero si dividono i due termini di una frazione per uno stesso numero, la frazione non cambia di valore.*

In fatti sia col moltiplicare i due termini della frazione per uno

DOMANDE. — 151. 1° Che avviene se si *moltiplica* il *numeratore*, ovvero si *divide* il *denominatore* di una frazione per un intero? — 2° ... se si *divide* il *numeratore*, o si *moltiplica* il *denominatore* di una frazione per un numero intero? — 3° ... se si *moltiplicano* o si *dividono* i *due termini* di una frazione per uno stesso numero?

stesso numero, sia col dividerli, non altro si fa che moltiplicare e insieme dividere per uno stesso numero il *valore* della frazione.

Abbiasi la frazione 1/2: se ne moltiplico i due termini per 3, ottengo la frazione 3/6 equivalente a 1/2: perchè essa contiene bensì 3 volte più di parti, ma queste parti sono tre volte più piccole.

— 4° *Se si aggiunge, ovvero si toglie uno stesso numero ai due termini di una frazione, essa cambia di valore. Cresce nel primo caso e diminuisce nel secondo, se la frazione è propria; diminuisce nel primo caso e cresce nel secondo, se la frazione è impropria.*

Aggiungasi, per es. 1 ai due termini della frazione 1/2, si ha la frazione 2/3 maggiore di 1/2. Aggiungasi parimenti 1 ai due termini della frazione 3/2, si ha la frazione 4/3 minore di 3/2.

ESERCIZI.

1° *Eseguire la moltiplicazione ne' seguenti esempi.*

$\frac{1}{4} \times 2 =$	ovvero =	$\frac{4}{9} \times 2 =$	$\frac{1}{2} \times 2 =$
$\frac{3}{5} \times 5 =$	ovvero =	$\frac{7}{11} \times 5 =$	$\frac{2}{3} \times 3 =$
$\frac{1}{6} \times 3 =$	ovvero =	$\frac{8}{15} \times 4 =$	$\frac{4}{5} \times 5 =$
$\frac{3}{8} \times 2 =$	ovvero =	$\frac{7}{36} \times 5 =$	$\frac{5}{6} \times 6 =$

2° *Eseguire la divisione ne' seguenti esempi.*

$\frac{1}{2} : 2 =$	ovvero =	$\frac{1}{3} : 2 =$	$\frac{1}{4} : 2 =$
$\frac{3}{5} : 3 =$	ovvero =	$\frac{4}{5} : 3 =$	$\frac{1}{10} : 10 =$
$\frac{5}{8} : 5 =$	ovvero =	$\frac{5}{6} : 4 =$.	$\frac{1}{9} : 9 =$
$\frac{7}{22} : 7 =$	ovvero =	$\frac{8}{9} : 3 =$	$\frac{1}{100} : 100 =$

3° *Rispondere alle seguenti domande e dare la ragione della risposta.*

Quante maniere vi ha per moltiplicare e per dividere una frazione per un numero intero, e quale di queste maniere è sempre possibile?

Perchè non si altera il valore di una frazione, moltiplicandone o dividendone i due termini per uno stesso numero?

DOMANDE. — 4° Che avviene se si *aggiunge* o si *toglie* uno *stesso numero* ai due termini di una frazione?

Qual è la metà di una metà? il terzo di una metà? il quarto di un quinto? il quinto di due terzi? il settimo di un ottavo? l'ottavo di tre noni? il quinto di cinque ottavi? il sesto di sei settimi?

Qual è il terzo e mezzo di uno? la metà di una metà di una metà? il quarto del terzo di uno? il decimo di un decimo?

Riduzione delle frazioni a minimi termini.

152. Ridurre una frazione a **minimi termini** significa *trasformarla in un'altra equivalente espressa coi minimi termini possibili.*

Osserv. — La riduzione di una frazione a minimi termini è fondata sul principio che: *Non si altera il valore di una frazione, dividendone i suoi due termini per uno stesso numero.*

153. Due sono i metodi principali per ridurre una frazione a minimi termini: il metodo dei *divisori comuni*, ed il metodo del *massimo comun divisore.*

Il metodo dei divisori comuni *consiste nel dividere i due termini della frazione per 2, 3, 5, 7, 11... se si può, e fin che si può.*

Un numero è divisibile esattamente per 2, se termina per una delle cifre 2, 4, 6, 8, 0; come 12, 24, 36, 48, 50, ecc.

Osserv. — Si dicono *pari* quei numeri che si possono spartire in due parti eguali senza spezzare l'unità; gli altri sono detti *impari.*

Un numero è esattamente divisibile per 3, se la somma delle sue cifre è divisibile per 3; come 12, 24, 36, 48, 60, 111, 324, 1242.....

Un numero è divisibile esattamente per 5, se termina per 0, oppure per 5; come 10, 15, 20, 25, 100, 125.....

Una frazione è irreduttibile, *se il numeratore e il denominatore sono numeri* primi tra loro.

Primi tra loro si dicono due numeri che non hanno alcun divisore *comune*, fuorchè l'unità; come *14* e *15.*

E primo per sè dicesi un numero intero che non è divisibile per altro numero intero, fuorchè per se stesso e per

Domande. — 152. Che vuol dire ridurre una frazione a *minimi termini?* — 153. Quali sono i *metodi principali* per ridurre una frazione a minimi termini? — In che consiste il metodo dei *divisori comuni?* — Qual numero è esattamente divisibile per 2? ... per 3? ... per 5? — Quando è che una frazione è *irreduttibile?* — Quando è che due numeri si dicono *primi tra loro?* E qual numero dicesi *primo per sè?*

l'unità; come *2*, *3*, *5*, *7*, *11*, *13*, *17*, *19*, *23*, *29*, *31*, *37*..... Il più grande numero *primo* finora riconosciuto è *2147483647*.

Es. — Sia da ridurre a minimi termini la frazione 96/144.

Divido numeratore e denominatore per 2, ed ho la frazione 48/72; divido i due termini di questa per 2, ed ho 24/36; continuo a dividere per 2, ed ho successivamente 12/18 e 6/9.

La frazione 6/9 non ha più entrambi i termini divisibili per 2; sibbene per 3. Li divido, ed ho la frazione 2/3 i cui termini sono primi tra loro, e rappresentano la frazione 96/144 ridotta alla sua più semplice espressione.

ESERCIZI.

Ridurre a minimi termini le seguenti frazioni.

$\frac{4}{6}$; $\frac{11}{22}$; $\frac{14}{28}$; $\frac{5}{55}$; $\frac{6}{54}$; $\frac{10}{60}$; $\frac{8}{96}$; $\frac{75}{120}$; $\frac{48}{612}$;

$\frac{52}{96}$; $\frac{48}{120}$; $\frac{108}{144}$; $\frac{540}{1260}$; $\frac{75}{1620}$; $\frac{252}{468}$; $\frac{150}{350}$.

Ricerca del massimo comun divisore.

154. Il metodo del **massimo comun divisore** per ridurre una frazione a minimi termini, consiste *nel determinare il massimo divisore comune ai due termini della frazione data, e dividere questi per quello; i due quozienti ottenuti saranno i due minimi termini, con cui può rappresentarsi la frazione data.*

Regola pratica. — Per trovare il massimo comun divisore di due numeri, *divido il numero maggiore pel minore; se la divisione si fa senza resto, il numero minore sarà il massimo comun divisore; se havvi un resto, divido il numero minore per questo resto; quindi il primo resto pel secondo; il secondo pel terzo, finchè si arrivi ad una divisione senza resto: il divisore di quest'ultima divisione sarà il massimo comun divisore ricercato. Se per ultimo divisore venisse l'unità, i due termini della frazione sarebbero numeri primi tra loro, cioè non avrebbero divisore comune fuorchè l'unità.*

Domande. — 154 In che consiste il metodo del *massimo comun divisore* per ridurre una frazione a minimi termini? — Esponete la *regola* per trovare il massimo divisore comune di *due numeri*.

1° ESEMPIO. — Ridurre a minimi termini la frazione $\frac{11}{121}$.

Divido il numero maggiore 121 pel numero minore 11; la divisione si fa esattamente, cioè ottengo 11 per quoziente, e 0 per resto: onde conchiudo che il numero 11 è il massimo comun divisore. Divido i due termini della frazione per 11; e così la riduco alla sua più semplice espressione $^1/_{11}$.

2° ESEMPIO. — Ridurre a minimi termini la frazione $\frac{203}{667}$.

Divido 667 per 203, ed ottengo 3 per quoziente e 58 per resto. Divido 203 pel resto 58, e ottengo 3 per quoziente e 29 per resto. Divido il primo resto 58 pel secondo resto 29, ed ottengo 2 per quoziente e 0 per resto; e conchiudo che 29 è il massimo comun divisore dei numeri 203 e 667. Li divido entrambi per 29, e così riduco la frazione data alla sua più semplice espressione $^7/_{23}$.

Nella pratica si suole disporre l'operazione come segue:

	3	3	2	. . . . . quozienti.
667	203	58	29	
609	174	58		
58	29	»		. . . . resti.

3° ESEMPIO. — Ridurre a minimi termini la frazione $\frac{317}{873}$.

Opero secondo la regola, e per ultimo divisore mi viene l'unità. Onde conchiudo che la frazione data è irreduttibile.

Ecco l'operaz.

	2	1	3	15	1	1	2
873	317	239	78	5	3	2	1
634	239	234	5	3	2	2	
239	78	5	28	2	1	0	
			25				
			3				

ESERCIZI.

Ridurre a minimi termini le seguenti frazioni, sia col metodo dei divisori comuni, sia col metodo del massimo comun divisore.

$\frac{12}{124}$; $\frac{15}{225}$; $\frac{9}{288}$; $\frac{54}{972}$; $\frac{90}{135}$; $\frac{168}{480}$.

$\frac{143}{637}$; $\frac{329}{517}$; $\frac{1944}{2916}$; $\frac{371}{1643}$; $\frac{173}{809}$; $\frac{181}{727}$.

Riduzione delle frazioni allo stesso denominatore.

155. Ridurre due o più frazioni allo **stesso denominatore** significa *trasformarle in altre che abbiano rispettivamente ugual valore, ed esprimano parti dello stesso nome.*

REGOLA. — Per ridurre due frazioni allo stesso denominatore *moltiplico i due termini della prima pel denominatore della seconda, e i due termini della seconda pel denominatore della prima.*

Con questa doppia operazione le frazioni non cambiano di valore, perchè se ne moltiplicano i due termini per uno stesso numero; e vengono inoltre collo stesso denominatore, perchè nell'una e nell'altra frazione ottenuta esso è il prodotto degli stessi fattori.

Siano le due frazioni $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{5}$; moltiplicando i due termini della prima per 5 e i due termini della seconda per 4, si avranno le frazioni $\frac{15}{20}$ e $\frac{16}{20}$ rispettivamente eguali a $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{5}$, e con lo stesso denominatore 20.

— Per ridurre un numero *qualunque* di frazioni allo stesso denominatore, *moltiplico i due termini di ciascuna di esse successivamente per tutti i denominatori delle altre.*

Siano le frazioni $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$; moltiplicando i due termini della prima per 3 e per 5 denominatori della seconda e della terza, poscia i due termini della seconda per 2 e per 5 denominatori della prima e della terza, ed infine i due termini della terza per 3 e per 2 denominatori della seconda e della prima, si avranno le frazioni $\frac{15}{30}$ $\frac{20}{30}$ $\frac{18}{30}$ rispettivamente uguali alle tre frazioni date.

ESERCIZI.

1° *Ridurre allo stesso denominatore le frazioni seguenti:*

$\frac{5}{6}$ e $\frac{4}{5}$ | $\frac{7}{8}$ e $\frac{5}{9}$ | $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ | $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{5}{8}$ | $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{11}$ $\frac{1}{10}$

2° *Rispondere alle seguenti domande:*

Quale delle tre frazioni $^5/_{11}$, $^2/_5$, $^7/_{13}$ è più grande?

DOMANDE. — 155. Che vuol dire ridurre *due* o *più frazioni* allo *stesso denominatore?* — Esponete la *regola* per ridurre due frazioni allo *stesso denominatore.*

Quale dei due numeri misti $5\ ^6/_7$ e $5\ ^9/_{11}$ è più grande?
Pietro fu promosso con punti 76 su 80; Giacomo con 85 su 90; Giovanni con 68 su 70: quale dei tre ebbe miglior voto?

156. Caso particolare. — *Se fra i denominatori delle frazioni date ve ne ha uno che sia esattamente divisibile per ciascun denominatore delle altre, cotal denominatore può essere preso per denominatore comune.*

Abbiansi per es. le frazioni $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$. Essendo il denominatore 6 divisibile pei denominatori 2 e 3 delle altre due frazioni, potrà essere preso per denominatore comune in luogo di $2 \times 3 \times 6$. Ma per non alterare il valore delle due frazioni $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{3}$, conviene moltiplicarne i numeratori 1 e 2 per lo stesso numero per cui si sono moltiplicati i denominatori 2 e 3 per farli diventare 6; cioè conviene moltiplicare per 3 il numeratore della prima, e per 2 quello della seconda; e si avranno così le tre frazioni $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{5}{6}$ rispettivamente uguali alle frazioni date.

— *Talvolta uno dei denominatori delle frazioni date diventa divisibile per ciascun denominatore delle altre semplicemente col duplicarlo, triplicarlo, ecc.*

Per esempio le tre frazioni $\frac{5}{6}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{7}{12}$ non possono ridursi tutte al denominatore 12, perchè il 12 non è divisibile per 8; lo duplico, e veggo che il 24 è divisibile esattamente per 8 e per 6; e lo prendo per denominatore comune in luogo di $6 \times 8 \times 12$: onde risultano le tre frazioni $\frac{20}{24}$, $\frac{9}{24}$, $\frac{14}{24}$ rispettivamente uguali alle frazioni date.

Esercizi.

Ridurre al minimo denominatore comune le frazioni:

$\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ | $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{12}$ | $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{11}{36}$

$\frac{1}{12}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{7}{24}$ | $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{7}{30}$ $\frac{9}{20}$ | $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{11}{12}$ $\frac{13}{18}$ $\frac{17}{24}$ $\frac{29}{36}$

Domande. — 156. Quando è che si può prendere per *denominatore comune* uno dei denominatori delle frazioni date?

Addizione delle frazioni.

Sommare frazioni di eguale denominatore.

157. Regola. — *Sommo i numeratori, e do a questa somma il denominatore comune.*

Per es. $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}+\frac{4}{7}=\frac{2+3+4}{7}=\frac{9}{7}=1+\frac{2}{7}$.

Sommare frazioni di diverso denominatore.

158. Regola. — *Riduco le frazioni date allo stesso denominatore; e poi opero come sopra.*

Per es. $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{8}{12}+\frac{9}{12}=\frac{8+9}{12}=\frac{17}{12}=1+\frac{5}{12}$.

Sommare numeri misti di interi e di frazioni.

159. Regola. — *Sommo le frazioni, indi gl'interi, e poi riunisco la somma delle frazioni a quella degli interi.*

Sia da sommare il numero misto 3 e $\frac{2}{5}$ con 4 e $\frac{1}{4}$.

Sommo le frazioni: $\frac{2}{5}+\frac{1}{4}=\frac{8}{20}+\frac{5}{20}=\frac{13}{20}$.

Sommo gl'interi: $3+4=7$.

Riunisco la somma delle frazioni a quella degli interi, ed ho per totale $7+\frac{13}{20}$.

— *Se la somma delle frazioni è maggiore di 1, ne estraggo l'intero, e lo sommo con gli altri interi.*

Sia da sommare 1 $\frac{2}{3}$ con 2 $\frac{3}{4}$.

Sommo le frazioni: $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{8}{12}+\frac{9}{12}=\frac{8+9}{12}=\frac{17}{12}$.

Domande. — 157. Qual è la regola per *sommare* frazioni di *egual denominatore?* — 158. ...di *denominatore diverso?* — 159. ...per sommare *numeri misti?*

Estraggo l'intero: $17 : 12 = 1 + \frac{5}{12}$.

Sommo l'intero 1 con gli altri interi: $1 + 1 + 2 = 4$.

Riunisco alla somma 4 la frazione $\frac{5}{12}$, ed ho per totale $4 + \frac{5}{12}$.

ESERCIZI.

Eseguire l'addizione ne' seguenti esempi:

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=$ | $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=$ | $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=$ | $\frac{1}{9}+\frac{2}{9}+\frac{4}{9}=$

$\frac{3}{7}+\frac{1}{4}+\frac{2}{5}=$ | $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{9}=$ | $\frac{1}{8}+\frac{5}{6}+\frac{7}{12}+\frac{1}{48}=$ | $\frac{4}{15}+\frac{13}{30}+\frac{3}{5}=$

$1\frac{1}{6}+3\frac{5}{6}=$ | $5\frac{1}{7}+\frac{5}{7}=$ | $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=$ | $2\frac{3}{4}+7\frac{5}{9}=$

PROBLEMI.

I. Uno scolaro studia 1 ora e $^1/_2$ al mattino; $^3/_4$ d'ora a mezzodì; 1 ora e $^1/_4$ alla sera: quante ore al giorno egli studia?

II. Due operai stanno costruendo un muro: dato che uno di essi lo terminasse da solo in 11 giorni, e l'altro in 13; che parte del muro farebbero essi in un giorno lavorando tutti e due insieme?

III. Un operaio prende a far un lavoro, e promette di darlo finito in tre giorni. Il primo giorno ne fa $^1/_2$; il secondo $^1/_5$; il terzo $^1/_4$: ha egli mantenuto la parola?

IV. Una giovane lavorò presso una sarta 22 giorni e $^1/_2$ nel mese di gennaio; 21 giorno e $^2/_3$ nel mese di febbraio; 24 giorni e $^3/_4$ in marzo a L. 1 al giorno: quanti giorni ha lavorato, e quanto ha guadagnato?

Sottrazione delle frazioni.

Sottrarre una frazione da un'altra di eguale denominatore.

160. Regola. — *Sottraggo l'un dall'altro i numeratori, e do al resto il denominatore comune.*

Per es. $\frac{5}{8}-\frac{3}{8}=\frac{2}{8}$. In fatti $\frac{2}{8}+\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$.

Domande. — 160. Come fate per *sottrarre* una frazione da un'altra di *egual denominatore?*

Sottrarre una frazione da un'altra di diverso denominatore.

161. REGOLA. — *Riduco le due frazioni allo stesso denominatore; e poi opero su di esse come nel caso precedente.*

Per es. $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{5}{10} - \frac{2}{10} = \frac{3}{10}$.

Sottrarre una frazione da un numero intero.

162. REGOLA. — *Tolgo una unità dal numero intero; la riduco in frazione apparente che abbia lo stesso denominatore della frazione data; opero sulle due frazioni come nel primo caso, ed aggiungo il resto ottenuto all'intero diminuito di 1.*

Per es. $3 - \frac{2}{5} = 2 + \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = 2 + \frac{3}{5}$.

Sottrarre un numero misto da un altro numero misto.

163. — REGOLA. *Riduco l'uno e l'altro numero misto a forma di frazione, ed opero sulle due frazioni ottenute secondo la regola del secondo caso.*

Così: $3 + \frac{2}{5} - \left(2 + \frac{1}{4}\right) = \frac{17}{5} - \frac{9}{4} = \frac{68}{20} - \frac{45}{20} = \frac{23}{20} = 1 + \frac{3}{20}$.

ESERCIZI.

Eseguire la sottrazione ne' seguenti esempi.

$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$	$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$	$4 - \frac{3}{7} \ldots\ldots =$	$4 + \frac{1}{3} - \left(2 + \frac{2}{3}\right) =$
$\frac{4}{5} - \frac{2}{5} =$	$\frac{4}{5} - \frac{2}{3} =$	$1 - \frac{9}{11} \ldots\ldots =$	$5 + \frac{1}{3} - \left(3 + \frac{1}{2}\right) =$
$\frac{13}{15} - \frac{7}{15} =$	$\frac{6}{7} - \frac{5}{6} =$	$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) =$	$7 + \frac{2}{5} - \left(5 + \frac{3}{4}\right) =$

PROBLEMI.

I. Si pagarono i $^2/_7$ e poi i $^3/_8$ di un debito: qual parte rimane da pagare?

DOMANDE. — 161. Come fate per sottrarre una frazione da un'altra di *denominatore diverso?* — 162. Come fate per sottrarre una *frazione* da un numero *intero?* — 163. ...un *numero misto* da un altro *numero misto?*

II. Qual numero bisogna aggiungere a $4\ ^1/_2$ per avere $11 + ^7/_{13}$?

III. La somma di due numeri è $32 + ^5/_3$; uno di questi numeri è $18 + ^3/_4$: qual è l'altro?

IV. Un viaggiatore voleva fare i $^5/_6$ del suo cammino prima di ristorarsi; ma non ne fece che i $^3/_4$: qual parte del cammino avrebbe ancora dovuto fare?

Moltiplicazione delle frazioni.

Moltiplicare una frazione per un numero intero.

164. REGOLA. — *Moltiplico il numeratore per l'intero senza alterare il denominatore;* oppure: — *Divido, se si può, il denominatore per l'intero senza alterare il numeratore.*

Per es. $\frac{3}{8} \times 2 = \frac{6}{8}$; ovvero $= \frac{3}{4}$. In fatti la frazione $\frac{3}{8}$ viene moltiplicata per 2, sia col prendere 2 volte più di parti, cioè $\frac{6}{8}$; sia col prendere le parti 2 volte più grandi, cioè $\frac{3}{4}$.

Moltiplicare un numero intero per una frazione.

165. REGOLA. — *Moltiplico l'intero pel numeratore, e do al prodotto lo stesso denominatore.*

Per es. $2 \times \frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5} = \frac{4}{5}$. In fatti moltiplicare 2 per $\frac{2}{5}$ è lo stesso che prendere 2 volte il quinto di 2; il quinto di 2 è $\frac{2}{5}$: dunque 2 volte due quinti sarà $\frac{4}{5}$.

Moltiplicare una frazione per un'altra frazione.

166. REGOLA. — *Moltiplico fra loro i due numeratòri, e fra loro i due denominatori; ed al primo prodotto do per denominatore il secondo.*

DOMANDE. — 164. Come fate per *moltiplicare* una *frazione* per un intero? — 165. ...., un *intero* per una *frazione?* — 166. ...una *frazione* per un'*altra frazione?*

Per es. $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{4 \times 5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$. In fatti moltiplicare $\frac{3}{4}$ per $\frac{2}{5}$ è lo stesso che prendere 2 volte il quinto di $\frac{3}{4}$: il quinto di $\frac{3}{4}$ è $\frac{3}{4 \times 5} = \frac{3}{20}$: dunque 2 volte $\frac{3}{20}$ deve essere $\frac{6}{20}$, ossia $\frac{3}{10}$.

Moltiplicare un numero misto per un numero misto.

167. Regola. — *Riduco l'uno e l'altro numero misto a forma di frazione; e poi opero sulle due frazioni secondo la regola del terzo caso.*

Per es. $\left(2 + \frac{3}{4}\right) \times \left(3 + \frac{5}{6}\right) = \frac{11}{4} \times \frac{23}{6} = \frac{11 \times 23}{4 \times 6} = \frac{253}{24}$ $= 10 + \frac{13}{24}$.

Esercizi.

Eseguire la moltiplicazione ne' seguenti esempi.

$\frac{1}{2} \times 2 =$	$2 \times \frac{1}{2} =$	$\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} =$	$\left(2\ \frac{3}{4}\right) \times 5 =$
$\frac{11}{13} \times 5 =$	$4 \times \frac{2}{3} =$	$\frac{7}{9} \times \frac{2}{3} =$	$\left(3\ \frac{5}{6}\right) \times \left(2\ \frac{2}{7}\right) =$
$\frac{6}{17} \times 7 =$	$7 \times \frac{3}{8} =$	$\frac{4}{7} \times \frac{3}{5} =$	$8 \times \left(4 + \frac{2}{11}\right) =$
$\frac{8}{9} \times 9 =$	$12 \times \frac{1}{6} =$	$\frac{6}{23} \times \frac{23}{6} =$	$\left(5 + \frac{7}{8}\right) \times \left(3 + \frac{8}{7}\right) =$

Problemi.

I. Una ruota fa 9 giri e $^3/_4$ in un minuto; quanti ne farebbe in un'ora e mezzo?

II. Un operaio in 25 giorni e $^3/_4$ a L. 1,75 al giorno quanto guadagna?

III. Morì un signore, e lasciò $^1/_3$ del suo avere ad un nipote, e i $^2/_5$ ad un altro nipote; e le restanti 16,000 lire all'asilo del suo paese. Si dica qual fosse l'avere di cotesto signore, e qual somma sia toccata a ciascuno dei nipoti.

IV. Che ora è? si domandò ad un tale. Questi rispose: essere i $^2/_3$ dei $^3/_4$ dei $^5/_6$ di 24 ore: che ora volle indicare?

Domande. — 167. Come fate per *moltiplicare* un *numero misto* per un *altro numer misto*?

Divisione delle frazioni.

Dividere una frazione per un numero intero.

168. REGOLA. — *Moltiplico il denominatore della frazione per l'intero senza alterare il numeratore*; oppure: — *Divido, se si può, il numeratore per l'intero, senza alterare il denominatore.*

Per es. $\frac{2}{5} : 2 = \frac{2}{5 \times 2} = \frac{2}{10}$ . . . oppure $= \frac{2 : 2}{5} = \frac{1}{5}$.

In fatti sia l'uno come l'altro quoziente è la metà di $\frac{2}{5}$.

Dividere una frazione per un'altra di egual denominatore.

169. REGOLA. — *Sopprimo i denominatori; poi divido il numeratore del dividendo pel numeratore del divisore; il quoziente trovato sarà il quoziente delle due frazioni date.*

Per es. $\frac{4}{9} : \frac{2}{9} = 4 : 2 = 2$. In fatti col sopprimere i due denominatori, non si fa che moltiplicare la frazione dividenda e la frazione divisore per uno stesso numero; nè per ciò viene alterato il loro quoziente.

Dividere un numero intero per una frazione.

170. REGOLA. — *Moltiplico l'intero pel denominatore, e divido il prodotto pel numeratore.*

Per es. $2 : \frac{2}{5} = \frac{2 \times 5}{2} = \frac{10}{2} = 5$. In fatti $2 : \frac{2}{5} = \frac{10}{5} : \frac{2}{5} = 10 : 2 = 5$.

Dividere una frazione per un'altra di denominatore diverso.

171. REGOLA — *Moltiplico il numeratore del dividendo pel denominatore del divisore, ed il numeratore del divisore*

DOMANDE. — 168. Come fato per *dividere* una *frazione* per un *numero intero?* — 169. ...una *frazione* per un'altra di *egual denominatore?* — 170. ...un *intero* per una *frazione?* — 171. ...una *frazione* per un'altra di *denominatore diverso?*

pel denominatore del dividendo; ed al primo prodotto do per denominatore il secondo.

Per es. $\frac{2}{3} : \frac{3}{5} = \frac{2 \times 5}{3 \times 3} = \frac{10}{9}$. In fatti riducansi le due frazioni allo stesso denominatore, si avrà $\frac{2 \times 5}{15} : \frac{3 \times 3}{15}$. Si sopprimano i denominatori eguali, come nel caso precedente, risulterà $2 \times 5 : 3 \times 3 = \frac{2 \times 5}{3 \times 3} = \frac{10}{9} = 1 + \frac{1}{9}$.

Dividere un numero misto per un altro numero misto.

172. REGOLA. — *Riduco l'uno e l'altro numero misto a forma di frazione, e quindi opero sulle due frazioni secondo la regola precedente.* Così:

$$\left(4 + \frac{3}{5}\right) : \left(3 + \frac{2}{3}\right) = \frac{23}{5} : \frac{11}{3} = \frac{23 \times 3}{11 \times 5} = \frac{69}{55} = 1 + \frac{14}{55}.$$

ESERCIZI.

Eseguire la divisione ne' seguenti esempi.

$\frac{2}{5} : 3 =$	$\frac{6}{7} : \frac{2}{7} =$	$7 : \frac{1}{2} =$	$\frac{6}{13} : \frac{1}{12} =$	$\left(9+\frac{1}{2}\right) : \left(4+\frac{1}{4}\right) =$
$\frac{3}{7} : 4 =$	$\frac{4}{11} : \frac{2}{11} =$	$8 : \frac{2}{3} =$	$\frac{8}{11} : \frac{5}{7} =$	$\left(7+\frac{1}{8}\right) : \left(1+\frac{1}{7}\right) =$
$\frac{6}{11} : 5 =$	$\frac{1}{8} : \frac{1}{8} =$	$12 : \frac{2}{5} =$	$\frac{1}{20} : \frac{2}{9} =$	$\left(6+\frac{1}{5}\right) : 7 =$
$\frac{4}{9} : 8 =$	$\frac{3}{25} : \frac{3}{25} =$	$6 : \frac{4}{13} =$	$\frac{14}{17} : \frac{1}{2} =$	$6 : \left(3 + \frac{1}{4}\right) =$

PROBLEMI.

I. Un operaio in 3 giorni fa i $^3/_7$ di un suo lavoro: quanti giorni impiegherà per terminarlo?

II. Uno scolaro in un'ora studia i $^3/_4$ della sua lezione; un altro in $^3/_4$ d'ora ne studia i $^2/_3$: quale dei due avrà studiato prima l'intera lezione?

III. Un operaio ricevette 42 lire per i $^5/_6$ di un lavoro: quanto riceverà pel lavoro intero?

IV. Tre operai pigliano a trasportare 70 metri cubi di terra a L. 1,25 il metro cubo; il primo di essi lavorò 8 giorni e $^1/_4$; il secondo 9 giorni e $^1/_3$; il terzo 11 giorni e $^1/_2$: quanto deve ricevere ciascuno?

V. I $^3/_4$ di una pezza di stoffa danno una lunghezza di metri 25,80: che lunghezza darebbero i $^2/_7$?

DOMANDE. — 172. Come fate per *dividere* un *numero misto* per un *altro numero misto?*

ESERCZI DI RICAPITOLAZIONE.

1° *Eseguire le seguenti operazioni giusta l'indicazione de' segni.*

$\frac{7}{12}+\frac{1}{12}+\frac{11}{12}=$	$\frac{6}{7}+\frac{13}{21}+\frac{1}{14}=$	$3+\frac{1}{5}+7+\frac{1}{8}+51+\frac{18}{19}=$
$\frac{38}{111}-\frac{2}{11}=$	$\frac{28}{31}-\frac{7}{29}=$	$\left(13+\frac{2}{12}\right)-\left(8+\frac{5}{22}\right)=$
$\frac{5}{14}\times 8=$	$4\times\frac{15}{23}=$	$\frac{6}{13}\times\frac{3}{4}=$
$\frac{4}{5}\times\frac{2}{11}\times\frac{3}{7}=$	$\left(7+\frac{2}{7}\right)\times 4=$	$\left(19+\frac{23}{25}\right)\times\left(10+\frac{1}{8}\right)=$
$\frac{4}{11}:7=$	$3:\frac{1}{12}=$	$\frac{1}{20}:\frac{1}{2}=$
$\left(6+\frac{1}{5}\right):7=$	$\left(9\frac{1}{2}\right):\left(4\frac{1}{4}\right)=$	$\left(15+\frac{3}{14}\right):\left(2+\frac{5}{9}\right)=$

2° *Risolvere i seguenti problemi.*

I. Un padre di famiglia lasciò i $^3/_{16}$ del suo patrimonio all'ospedale del suo paese; $^1/_8$ all'asilo: che parte restò ai figli?

II. Si divise il numero 100 in 4 parti; le tre prime sono 17 $^2/_5$; 25 $^9/_{10}$ e 34 $^7/_{15}$: qual sarà la quarta?

III. Una fontana dà 14 litri d'acqua in 3 minuti; un'altra ne dà 23 in 5 minuti: quale delle due ne dà di più?

IV. Un orologio avanza di 3 minuti e $^1/_2$ al giorno: di quanto avrà avanzato in 205 giorni e $^5/_7$?

V. Un negoziante dà ordine per iscritto di spedire $^1/_3$ di certa mercanzia a Firenze, e $^2/_3$ in Bologna; il fattorino scambia il 3 con un 5, e spedisce: che errore commette?

VI. Quanti grammi d'oro vi ha in una pezza o moneta da L. 20?

VII. Un operaio potrebbe terminare un lavoro in $^3/_4$ di giorno; ed un altro in $^2/_3$ di giorno. Che tempo metteranno i due operai lavorando insieme a terminare il lavoro? Che parte di lavoro farà ciascuno? Qual sarà il guadagno dell'uno e dell'altro a L. 3,40 pel lavoro intero?

VIII. Tre persone hanno a dividersi 1650 lire. La prima deve pigliare i $^3/_4$ dei $^2/_3$ di questa somma; la seconda i $^2/_7$ del resto: quanto toccherà alla terza?

IX. Tre persone comprarono un tronco d'albero. La prima ne prese $^1/_5$; la seconda $^1/_9$: qual fu la parte della terza?

X. Qual è la capacità di un mastello i cui $^3/_4$ contengono 150 litri?

XI. Un operaio per $^3/_4$ di giornata riceve L. 1,50: qual è la sua paga giornaliera?

XII. Il vino versato in un barile ne riempie i $^3/_7$; un decalitro di aggiunta lo riempirebbe del tutto: quanti litri può contenere il barile?

XIII. Pietro e Giovanni comprano un tronco d'albero: Pietro ne prende i $^4/_7$ e paga L. 32,80: a che prezzo fu comprato l'intero tronco?

175. La frazione decimale in cui ricorre costantemente la medesima cifra o il medesimo gruppo di cifre, si dice frazione **periodica**.

La cifra o il gruppo delle cifre che si riproducono indefinitamente nello stesso ordine, si chiama *periodo*. Se il periodo comincia dalla prima cifra dopo la virgola, la frazione si dice *periodica semplice;* nel caso contrario *periodica mista*.

Per es. Sono periodiche semplici, le frazioni 0,666... ; 0,272727..... ; e periodiche miste, le frazioni 0,1666...; 0,08333.....

176. *Una frazione ordinaria irreduttibile riesce* periodica semplice, *quando il suo denominatore non può essere diviso nè per 2, nè per 5.*

Per es. le frazioni $^2/_3$; $^5/_7$ riescono periodiche semplici.

177. *Una frazione ordinaria irreduttibile riesce* periodica mista, *quando il suo denominatore può essere diviso per 2, ovvero per 5, ed inoltre per qualche* altro *numero primo.*

Per es. le frazioni $^5/_6$; $^3/_{14}$; $^7/_{15}$ riescono periodiche miste.

ESERCIZI.

1° *Ridurre in decimali le seguenti frazioni ordinarie.*

$$\frac{4}{9}\,;\ \frac{3}{7}\,;\ \frac{4}{21}\,;\ \frac{12}{13}\,;\ \frac{8}{33}\,;\ \Big|\ \frac{5}{12}\,;\ \frac{1}{22}\,;\ \frac{5}{24}\,;\ \frac{19}{30}\,;\ \frac{9}{28}\,;\ \frac{5}{42}.$$

2° *Ridurre in numeri decimali i numeri misti :* $7\,^3/_5$; $9\,^7/_8$; $12\,^3/_4$.

CAPITOLO QUINTO.

RAGIONE E PROPORZIONE GEOMETRICA.

178. **Ragione** o **rapporto** *di un numero ad un altro significa il quoziente del primo numero diviso pel secondo.*

La ragione di 6 a 3 è 2; perchè 2 è il quoziente di 6 diviso per 3. Si scrive 6 : 3; e si legge *sei* diviso per *tre*.

DOMANDE. — 175. Qual frazione dicesi *periodica?* ...periodica *semplice?* ...periodica *mista?* — 176. In qual caso una *frazione irreduttibile* riesce periodica *semplice?* — 177. ...periodica *mista?* — 178. Che cosa significa *ragione* di un numero ad un altro?

Scrivere una serie di ragioni uguali.

Data una proporzione, distinguerne gli antecedenti, i conseguenti, gli estremi, i medii.

Data una proporzione, alternare i medii, gli estremi.

Dati tre termini di una proporzione, trovare il quarto incognito

181. REGOLA. — *Se il termine incognito* x *è un estremo, moltiplico fra loro i due medii, e divido il prodotto per l'estremo cognito.*

Se il termine incognito x *è un medio, moltiplico fra loro i due estremi, e divido il prodotto pel medio cognito; il quoziente sarà in ambi i casi il quarto proporzionale ricercato*

Nella proporzione $6 : 3 :: 4 : x$, si ha $x = \frac{3 \times 4}{6} = 2$,

Nella proporzione $6 : 3 :: x : 2$, si ha $x = \frac{6 \times 2}{3} = 4$.

Poichè in fatti il prodotto degli estremi è uguale a quello de' medii, possiamo prendere uno di questi prodotti per l'altro; e siccome dividendo il prodotto degli estremi per un estremo, si ha necessariamente l'altro estremo per quoziente; così dividendo il prodotto de' medii per un estremo, si deve trovare parimente l'altro estremo. Per la stessa ragione se si divide il prodotto degli estremi per uno de' medii, si ottiene l'altro medio.

ESERCIZI.

Trovare il valore di x *nelle seguenti proporzioni:*

$48 : 36 :: 76 : x$	$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} :: \frac{5}{7} : x$
$x : 39 :: 17 : 51$	$5\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4} :: 3\frac{2}{3} : x$
$27 : 8 :: x : 54$	$1 : \frac{1}{7} :: \frac{2}{3} : x$
$25 : x :: 5 : 15$	$\frac{1}{8} : x :: \frac{2}{5} : \frac{1}{4}$
$6 : \frac{1}{3} :: 8 : x$	$0,2 : 0,25 :: 0,3 : x$

Regola del Tre.

Osservazioni preliminari.

182. Una quantità si dice *dipendente* da un'altra quantità, quando una variazione di questa ha per conseguenza una variazione della prima.

DOMANDE. — 181. Dati *tre termini* di una proporzione, come si trova il *quarto?* — 182. Quando è che *una quantità* si dice *dipendente* da un'altra?

Per es. il prezzo di una merce dipende dalla quantità di essa, dalla bontà, dalla ricerca che ne è fatta, ecc.

183. Due quantità si dicono *direttamente proporzionali*, quando *dipendono* l' una dall' altra in modo che, divenendo una di esse 2, 3, 4... volte più grande o più piccola, anche l'altra diventa 2, 3, 4... volte più grande o più piccola.

Per es. il prezzo di una merce è in molti casi direttamente proporzionale al suo peso. Due, tre, quattro chilogrammi costano due, tre, quattro volte più che *un* chilogramma...

— Due quantità si dicono *inversamente proporzionali*, quando dipendono l'una dall'altra in modo che, divenendo una di esse 2, 3, 4... volte più grande, l'altra all'opposto diventa 2, 3, 4... volte più piccola, o viceversa.

Per es. il numero degli operai impiegati in un dato lavoro è inversamente proporzionale al tempo che vi mettono a farlo: due, tre, quattro... volte *più* di operai, mettono due, tre, quattro... volte *meno* tempo; e viceversa.

Uso della regola del Tre.

184. La **regola del tre** è l'operazione che si fa per risolvere il seguente problema:

Essendo date due quantità direttamente o inversamente proporzionali, trovare ciò che diventa una di esse per un nuovo valore attribuito all'altra.

Sia il problema: 5 operai fanno 6 metri di lavoro;
15 operai quanti metri ne faranno in egual tempo?

Le due quantità proporzionali sono 5 *operai* e 6 *metri*; e si cerca come diventi la seconda 6 *metri*, per il nuovo valore 15 attribuito alla prima 5 *operai*.

Osservaz. — Nei problemi *della regola del tre* vi ha, come si vede, quattro numeri o termini concreti; tre cogniti, ed uno incognito; due di una specie, e due di un'altra; e si vuole dai tre cogniti ricavare il valore di quello che è incognito.

Il termine incognito si suole rappresentare con la lettera x.

I due termini cogniti della stessa specie si dicono *principali*; i due altri, di cui uno è l'incognito, *corrispondenti*.

Domande. — 183. Quando è che *due quantità* si dicono *direttamente* proporzionali? — ... *inversamente* proporzionali? — 184. Che cosa è la *regola* del *tre*?

Un principale col suo corrispondente cognito, che si enunciano senza *interrogazione*, sono i termini dell' *ipotesi;* l'altro principale col suo corrispondente incognito, che si enunciano con *interrogazione*, sono i termini della *domanda.*

Nell'esempio sovra esposto:

5 operai e 15 operai sono i termini principali;
6 metri e x metri » i termini corrispondenti;
5 operai e 6 metri » i termini dell'ipotesi;
15 operai e x metri » i termini della domanda.

ESERCIZI.

Riconoscere ne' seguenti problemi quali siano i termini corrispondenti, e quali i principali; quali i termini dell'ipotesi, e quali quelli della domanda; ed inoltre se i termini corrispondenti siano direttamente o inversamente proporzionali ai rispettivi principali.

Con 15 lire si comprano 5 chilogrammi di caffè: quanti chilogrammi dello stesso caffè si comprerebbero con 90 lire?

Quanto tempo impiegheranno 28 operai in un lavoro che 16 di essi potrebbero compiere in 15 giorni?

Soluzione dei problemi della regola del Tre.

185. I problemi della regola del tre si possono risolvere col metodo delle *proporzioni*, o col metodo di *riduzione all'unità.*

186. — 1°. **Metodo delle proporzioni.** — Scrivo l'uno accanto all'altro i due termini dell'ipotesi; e sotto ad essi i due termini della domanda, ciascuno in colonna con quello della sua specie. Osservo se i termini corrispondenti sono proporzionali (direttamente o inversamente non monta) ai rispettivi principali; ed ove tal condizione sia adempiuta, formo la proporzione così:

Metto per termini della prima ragione i due numeri cogniti della stessa specie; e per termini della seconda ragione gli altri due numeri di cui uno è incognito; ma in modo che, se nella prima ragione l'antecedente è maggiore del suo conseguente, sia anche nella seconda ragione l'antecedente maggiore del suo conseguente; e viceversa. (La natura del

DOMANDE. — 185. In *quanti modi* si possono *risolvere* i problemi della regola del tre? — 186. Come risolvete i problemi della regola del tre col *metodo delle proporzioni?*

problema fa sempre conoscere quale dei due termini della seconda ragione sia il maggiore, ancorchè uno di essi sia incognito). *E quindi ricavo il valore di* x *secondo la regola del numero 181.*

1° Esempio. — Con 15 lire si comprano 10 chilogrammi di zucchero: con 24 lire quanti chilogrammi se ne possono avere della stessa qualità?

Scrivo: 15 lire — 10 chilogr.
24 .... x ....

I termini corrispondenti sono direttamente proporzionali ai principali. E fo la proporzione: $15 : 24 :: 10 : x$.

Ricavo il valore di x. $x = \frac{24 \times 10}{15} = \frac{240}{15} = 16$ chilogr.

2° Esempio. — 5 operai impiegano 6 giorni a fare certo lavoro: 15 operai quanti giorni vi impiegherebbero?

Scrivo: 5 operai — 6 giorni.
15 .... x ....

I termini corrispondenti sono inversamente proporzionali ai principali. Fo la proporzione: $5 : 15 :: x : 6$.

Ricavo il valore di x. $x = \frac{5 \times 6}{15} = \frac{30}{15} = 2$ giorni.

3° Esempio. — In 2 minuti si traggono da una botte 3 litri di vino: in 4 minuti quanti litri se ne trarranno?

Scrivo: 2 minuti — 3 litri.
4 .... x ....

I termini corrispondenti non sono proporzionali ai loro principali; perchè col diventar doppio, triplo... il tempo, non diventa doppia, tripla... la quantità di vino che sgorga dalla botte; il risultato ottenuto colla regola del tre non sarebbe giusto.

4° Esempio. — Con 100 lire si comprano 4 miriagrammi di caffè: con 30 lire quanti chilogrammi se ne possono comprare della stessa qualità?

Riduco prima i termini corrispondenti ad esprimere la stessa unità; per esempio chilogrammi, e scrivo:

100 lire —. 40 chilogr.
30 .... x ....

Fo la proporzione: $100 : 30 :: 40 : x$.

$$x = \frac{30 \times 40}{100} = \frac{1200}{100} = 12 \text{ chilogr.}$$

— 2°. **Metodo di riduzione all'unità.** — *Se i termini corrispondenti sono* direttamente *proporzionali ai principali, divido il corrispondente dell'ipotesi pel suo principale;*

Domande. — Come risolvete i problemi della regola del tre col *metodo di riduzione all'unità?*

e poi moltiplico il quoziente per l'altro principale; il numero che ne risulta, sarà il termine incognito ricercato.

Sia da risolvere il problema: 5 operai fanno 6 metri di lavoro; 15 operai quanti metri ne faranno in egual tempo?

Scrivo: 5 operai 6 metri
15 op. x m.

I termini corrispondenti sono direttamente proporzionali ai rispettivi principali; perciò

$$x = \frac{6}{5} \times 15 = \frac{90}{5} = 18 \text{ metri.}$$

In fatti se 5 operai fanno 6 metri; un operaio solo non farà che la quinta parte di 6 metri, ossia $\frac{6}{5}$; e 15 operai ne faranno 15 volte più di quanto ne faccia un operaio solo, ossia $\frac{6}{5} \times 15 = \frac{90}{5} = 18$.

— *Se i termini corrispondenti sono* inversamente *proporzionali ai principali, moltiplico il corrispondente dell'ipotesi pel suo principale; e poi divido il prodotto per l'altro principale; il numero che ne risulta, sarà il termine incognito ricercato.*

Sia da risolvere il problema: 5 operai impiegano 6 giorni a fare certo lavoro; 15 operai quanti giorni v'impiegheranno?

Scrivo: 5 operai 6 giorni
15 operai x giorni.

I termini corrispondenti sono inversamente proporzionali ai rispettivi principali; perciò

$$x = \frac{6 \times 5}{15} = \frac{30}{15} = 2 \text{ giorni.}$$

In fatti se 5 operai impiegano 6 giorni, un operaio solo deve impiegare 5 volte più di giorni per fare il medesimo lavoro, ossia 6×5; e 15 operai devono impiegarne 15 volte meno, ossia $\frac{6 \times 5}{15} = \frac{30}{15} = 2$.

PROBLEMI.

I. Se 12 metri di velluto costano 375 lire: quanto costeranno 8 metri dello stesso velluto?

II. Una locomotiva percorre con velocità uniforme 45 chilometri in 3 ore: quanti ne percorrerebbe in 5 ore con ugual velocità?

III. Quanti litri di vino si comprano con lire 148 al prezzo di lire 80 l'ettolitro?

IV. Per riempire 500 bottiglie di egual capacità, vi vollero ettolitri 4,20 di vino: quanto vino contengono 8[illegible] di queste bottiglie?

V. Un bastimento non ha più che per 12 giorni di viveri, e deve

ancora star in mare 15 giorni: di quanto si dovrà diminuire la razione giornaliera dell'equipaggio?

VI. Una provvisione di foraggio fu consumata in 54 giorni da 6 squadroni di cavalli: in quanti giorni l'avrebbero consumata 9 squadroni?

VII. Quanto si perde nel rivendere 86 chilogrammi di mercanzia col ribasso del 17 per cento?

VIII. Un operaio riceve lire 15,60 per ogni dozzina di oggetti che egli fa: quanto riceverà per ogni 100 di questi oggetti?

IX. Quanto si guadagna per cento nel rivendere 30 lire un oggetto che costò 24?

X. Una scuola per 45 ragazzi dovrebbe contenere circa 180 metri cubi d'aria: quanti metri cubi per 115 ragazzi?

XI. Un operaio ricevette 45 lire per 9 giorni di lavoro: quanti giorni dovrebbe lavorare per pagare un debito di 170 lire?

XII. La Terra nel suo movimento di rivoluzione intorno al Sole percorre circa 330 chilometri in 11 minuti secondi: quanti ne percorrerà in un giorno?

XIII. Un negoziante vende 54 quintali di ferro laminato a lire 0,26 il chilogramma colla perdita di lire 4 e $^{1}/_{4}$ per cento: quanto gli costava il ferro comprato?

XIV. Un metro cubo di zinco pesa 7000 chilogrammi: qual sarà il peso di un foglio di zinco, che ha un metro quadrato di superficie ed un millimetro di altezza?

XV. Un operaio impiegò 8 giorni e $^{2}/_{3}$ a fare i $^{3}/_{4}$ di un lavoro: quanti giorni vi metterà per farne i $^{9}/_{10}$?

XVI. Si comprò dell'olio a lire 2,50 il chilogramma: a che prezzo bisogna rivenderlo per guadagnare lire 12 per cento?

XVI. In una fortezza sono 1500 soldati provveduti di viveri ancora per 6 mesi: quanti soldati si dovranno far uscire, perchè i viveri durino due mesi di più?

Regola del Tre composta.

187. **La regola del tre composta** *serve a risolvere le questioni della regola del tre, che contengono più di quattro numeri.*

— 1° Sia il problema. — Il mantenimento di 100 convittori per 15 giorni costò 2250 lire: a quanto ascenderà la spesa per 43 giorni se vi saranno 20 convittori di più?

Risoluzione col metodo **delle proporzioni.** — *Scrivo l'uno accanto all'altro i termini dell'ipotesi; e sotto ad essi*

Domande. — 187. A che serve la regola del *tre composta?* — Come si *risolvono i problemi* colla regola del tre composta?

i termini della domanda, ciascuno in colonna con quello della sua specie:

convittori	*giorni*	*lire*
100	15	2250
120	43	x

Faccio astrazione dai giorni, o meglio suppongo che il numero dei giorni di mantenimento sia lo stesso, ossia 15; e dico: Se 100 convittori costano pel mantenimento 2250 lire; 120 quanto costeranno? e *stabilisco la proporzione:* $100 : 120 :: 2250 : x$.

Donde ricavo: $x = \frac{2250 \times 120}{100} = \frac{270000}{100} = 2700$ *lire.*

Ciò posto, soggiungo: Se il mantenimento per 15 giorni costerebbe 2700 lire: qual ne sarebbe la spesa per 43 giorni? *e stabilisco la proporzione:* $15 : 43 :: 2700 : x$.

Donde ricavo: $x = \frac{2700 \times 43}{15} = \frac{116100}{15} = 7740$ *lire.*

Risoluzione col metodo **di riduzione all'unità.** — *Dispongo i numeri come sopra si è fatto, e dico: Se 100 convittori pel mantenimento di 15 giorni richiedono 2250 lire;* un *convittore solo per 15 giorni non richiederà che la* centesima *parte di 2250 lire; cioè* $\frac{2250}{100}$; *e per* **un** *giorno solo la* quindicesima *parte di* $\frac{2250}{100}$; *ossia* $\frac{2250}{100 \times 15}$. *E per conseguenza 120 convittori per* un *giorno solo richiederanno 120 volte di più; ossia* $\frac{2250 \times 120}{100 \times 15}$; *e per 43 giorni richiederanno una somma 43 volte maggiore; cioè*

$$\frac{120 \times 2250 \times 43}{100 \times 15} = \frac{1161000}{1500} = \frac{11610}{15} = 7740 \textit{ lire.}$$

— 2° Sia il problema. — 20 operai in 18 giorni, lavorando 10 ore al giorno, trasportarono 560 metri cubi di terra: 12 operai lavorando 8 ore al giorno, quanti giorni impiegheranno per trasportare 224 metri cubi della medesima terra?

Risoluzione col metodo **di riduzione all'unità.** — *Se*

20 operai impiegano 18 giorni... un *operaio solo (nelle medesime circostanze) deve impiegare 20 volte più di giorni, cioè* 18 $\times$ 20 *giorni.*

Se l'operaio solo in luogo di 10 ore non lavora che 1 ora sola, al giorno; ei deve impiegare 10 volte più di giorni ancora; cioè 18 $\times$ 20 $\times$ 10 *giorni.*

Se quest'operaio in luogo di 560 metri c., non ha da trasportar che 1 metro c. solo di terra, ei deve impiegare 560 volte meno *di giorni che non prima, cioè* $\frac{18 \times 20 \times 10}{560}$.

*Ecco il numero dei giorni necessari, quando tutte le circostanze sono ridotte all'*unità.

Ciò posto, ristabiliamo le circostanze indicate nel problema.

Se in luogo di 1 metro c. di terra ve ne ha 224, l'operaio dovrà impiegare 224 volte più di giorni; cioè il numero precedente moltiplicato per 224: $\frac{18 \times 20 \times 10 \times 224}{560}$.

Se in luogo di 1 operaio ve ne ha 12, s'impiegherà 12 volte meno *di giorni; cioè il numero precedente diviso per 12;* $\frac{18 \times 20 \times 10 \times 224}{560 \times 12}$.

Se in luogo di 1 ora, la durata della giornata di lavoro è di 8 ore, si richiederà ancora 8 volte meno *di giorni; cioè a dire il numero precedente diviso per 8;*

$$\frac{18 \times 20 \times 10 \times 224}{560 \times 12 \times 8} = 15 \text{ giorni.}$$

PROBLEMI.

I. 35 operai lavorando per 5 giorni a ragione di 8 ore al giorno fanno 45 metri di lavoro: quanti ne farebbero 25 operai lavorando per 20 giorni a ragione di 10 ore per giorno?

II. 20 operai lavorando per 15 giorni ed 8 ore al giorno conducono a termine certo lavoro: quanti operai che lavorino per 30 giorni e 10 ore al giorno, vi vorranno per fare il medesimo lavoro?

III. 15 operai per 20 giorni di lavoro ricevettero 1200 lire: 105 operai per 140 giorni di lavoro, e a paga uguale, quanto dovranno ricevere?

IV. Il trasporto di 37 tonnellate di mercanzia alla distanza di 15

chilometri costa lire 55,59: quanto si dovrà pagare pel trasporto di 12 tonnellate alla distanza di 28 chilometri?

V. Con 18 chilogrammi di filo si fa una pezza di tela lunga metri 55, e larga metri 0,85: quanto filo vi vorrebbe per farla lunga metri 24, e larga metri 1,15?

VI. L'impalcatura di una sala lunga metri 8,6, e larga metri 6,25 costò L. 483,75: quanto avrebbe costato, se la sala avesse avuto metri 23,50 di lunghezza, e metri 7,80 di larghezza?

VII. Con l'apparecchio telegrafico di Morse in 5 minuti e $^1/_3$ si trasmette un dispaccio di 80 parole aventi in *media* 4 lettere ciascuna: che tempo vi vorrebbe per trasmettere un dispaccio di 130 parole aventi in media 5 lettere?

VIII. Il gas consumato in 17 giorni e tenuto acceso 6 ore per giorno costò L. 66,30: quanto verrebbe a costare in 2 mesi, tenuto acceso 8 ore e mezzo al giorno?

IX. 16 becchi di gas tenuti accesi 3 ore per giorno, consumarono in 2 mesi e mezzo metri cubi 428,4 di gas: 20 becchi simili tenuti accesi 7 ore e $^1/_4$ per giorno, quanto gas consumerebbero in 3 mesi?

X. 20 lavoratori scavano in 15 giorni 45 metri cubi di terra: quanti ne scaveranno 25 lavoratori in 40 giorni, supponendo che i primi lavorino 8 ore al giorno: i secondi 10 ore; che la forza dei primi stia alla forza dei secondi come 6 a 7; e che la durezza del primo terreno stia alla durezza del secondo come 9 a 11?

Regola d'Interesse.

188. Chiamasi **interesse** l'utile o frutto che si ritrae da una somma di denaro data a mutuo.

L'*interesse* dipende dal *capitale*, dalla *tassa* e dal *tempo*.

Il **capitale** è la somma di denaro data ad imprestito.

La **tassa** è l'utile che apportano 100 lire prestate per un anno.

Per esprimere che la tassa di un capitale è, per esempio, 5 lire, 6 lire, ecc., si dice che questo capitale è imprestato al 5 per cento, al 6 per cento, ecc.; il che si indica così: 5 p. $^0/_0$; 6 p. $^0/_0$.....

Il **tempo** è il numero d'anni, di mesi, di giorni che il capitale si tiene a mutuo.

Osserv. — L'anno commerciale pel calcolo degli interessi è considerato di 360 giorni, e perciò i mesi di 30.

L'interesse prodotto da un capitale in un anno, si chiama la *rendita* di questo capitale.

Domande. — 188. Che s'intende per *interesse?* — *Da che dipende* l'interesse? — Che cosa è il *capitale?* ...la *tassa?* ...il *tempo?*

189. L'interesse è *semplice* o *composto*: è semplice l'interesse che proviene dal sòlo capitale; è composto l'interesse che proviene dal capitale, e dall'interesse che al termine d'ogni anno si aggiunge al capitale.

Nella regola d'interesse semplice può occorrere di dover determinare l'*interesse*, ovvero il *capitale*, o la *tassa*, o il *tempo*.

Caso I.

Dato il capitale e la tassa, trovare l'interesse annuo.

190. Regola. — *Moltiplico il capitale per la tassa, e poi divido il prodotto per 100; il numero che ne risulta, è l'interesse cercato.*

Esempio. — Una persona ha dato a mutuo lire 6400 al 5 % per un anno, quanto riceverà d'interesse?

Risp. L'interesse $x = \frac{6400 \times 5}{100} = 320$ lire.

In fatti se 100 lire ne danno 5; 1 lira che è la centesima parte di cento, darà la centesima parte di 5, ossia $\frac{5}{100}$; e 6400 lire daranno 6400 volte $^5/_{100}$; ossia $\frac{6400 \times 5}{100} =$ L. 320.

— *Se il capitale è dato a mutuo per più anni, ottengo l'interesse totale moltiplicando l'interesse annuo pel numero degli anni.*

Per es. Lire 6400 date a mutuo per 4 anni al 5 %, danno per interesse $\frac{6400 \times 5 \times 4}{100} = \frac{128000}{100} = 1280$ lire.

— *Se il capitale è dato a mutuo per anni e per mesi, riduco questo tempo in mesi; ed esprimo i mesi in frazione di anno, ossia in* dodicesimi; *indi moltiplico l'interesse annuo pel numero dei mesi, e poi divido il prodotto per 12; il numero che ne risulta, è l'interesse cercato.*

Domande. — 189. Come *può essere* l'interesse? — 190. Dato il *capitale* e la *tassa*, come si trova l'interesse *annuo*? — Come si ottiene l'interesse d'un *capitale* dato a mutuo per *più anni*? ...dato a mutuo per *anni* e *mesi*?

Esempio 1° — Quanto frutteranno in 2 anni e 5 mesi 840 lire al 6 %?

Risp. Frutteranno lire $50{,}40 \times \frac{29}{12}$ = lire 121,80.

In fatti l'interesse annuo sarebbe $\frac{840 \times 6}{100} = 50{,}40$; e l'interesse di un mese $\frac{50{,}40}{12}$; perciò l'interesse di 2 anni e 5 mesi, ossia di 29 mesi, dovrà essere $\frac{50{,}40 \times 29}{12}$ = L. 121,80.

Esempio 2° — Quanto frutteranno 840 lire al 6 % per 7 mesi?

Risp. Frutteranno lire $50{,}40 \times \frac{7}{12}$ = L. 29,40.

In fatti l' interesse annuo sarebbe $\frac{840 \times 6}{100} = 50{,}40$; l'interesse di 1 mese $\frac{50{,}40}{12}$; e quello di 7 mesi $\frac{50{,}40 \times 7}{12}$ = L. 29,40.

Osservaz. — *Qualche volta la tassa d'interesse è data non per un anno, ma solamente per un mese; come quando si dice a* $^1/_2$, *a* $^1/_3$, *a* $^2/_5$ *p. % al mese. In questo caso si prende il mese per unità di tempo; e se vi sono mesi e giorni, si riducono i giorni in frazioni di mese, ossia in* trentesimi; *ma la maniera di operare è sempre la stessa.*

Caso II.

Dato l'interesse, la tassa, il tempo, trovare il capitale.

191. Regola. — *Moltiplico l'interesse per 100; e poi divido il prodotto per la tassa e pel tempo; il numero che ne risulta, sarà il capitale cercato.*

Esempio. — Qual è il capitale che in 4 anni al 5 p. % ha dato 1280 lire d'interesse?

Risp. Il capitale domandato è $\frac{1280 \times 100}{5 \times 4} = \frac{128000}{20} = \frac{12800}{2}$ = L. 6400.

In fatti se 5 lire sono date da 100; 1 lira che è il quinto di 5 lire, sarà data dal quinto di 100, ossia da $\frac{100}{5}$; e 1280 lire da 1280 volte $\frac{100}{5}$, ossia da $\frac{1280 \times 100}{5} = \frac{128000}{5} = 25600$ lire; ma è da notare che le

Domande. — 191. Dato l'*interesse*, la *tassa*, il *tempo*, come si trova il *capitale?*

1280 lire d'interesse sono date in quattro anni : dunque il capitale non dovrà essere che il quarto di 25600 lire, ossia $\frac{25600}{4} = 6400$ lire.

CASO III.

Dato il capitale, l'interesse, il tempo, trovare la tassa.

192. REGOLA. — *Moltiplico l'interesse per 100; e poi divido il prodotto per il capitale e per il tempo; il numero che ne risulta, è la tassa ricercata.*

ESEMPIO. — A che tassa è da mettere un capitale di 6400 lire, perchè dia in 4 anni lire 1280 d'interesse?

Risp. La tassa domandata è $\frac{1280 \times 100}{6400 \times 4} = \frac{128000}{25600} = \frac{1280}{256} = 5$ lire.

In fatti se lire 6400 in 4 anni danno 1280 lire d'interesse; una lira darà in egual tempo $\frac{1280}{6400}$; ed in un anno, la quarta parte di $\frac{1280}{6400}$, ossia $\frac{1280}{6400 \times 4}$: dunque 100 lire daranno cento volte di più, ossia $\frac{1280 \times 100}{6400 \times 4} = 5$ lire.

CASO IV.

Dato il capitale, l'interesse, la tassa, trovare il tempo.

193. REGOLA. — *Moltiplico l'interesse per 100; e poi divido il prodotto per il capitale e per la tassa; il numero che ne risulta, sarà il tempo ricercato.*

ESEMPIO. — Quanti anni un capitale di 6400 lire dovrà lasciarsi a mutuo al 5 p. $^0/_0$, perchè dia L. 1280 d'interesse?

Risp. Il tempo domandato è $\frac{1280 \times 100}{6400 \times 5} = \frac{128000}{32000} = \frac{128}{32} = 4$ anni.

In fatti, se vi vuole un anno perchè 100 lire ne diano 5, vi vorranno 100 anni, perchè una lira dia 5 lire; ed un quinto di 100 anni, ossia $\frac{100}{5}$ di anno, perchè una lira dia una lira; e 6400 volte meno di $\frac{100}{5}$

DOMANDE. — 192. Dato il *capitale*, l'*interesse*, il *tempo*, come si trova la *tassa?* — 193. Dato il *capitale*, l'*interesse*, la *tassa*, come fate per trovare il *tempo?*

di anno, ossia $\frac{100}{5 \times 6400}$, perchè 6400 lire diano una lira; e finalmente 1280 volte più di tempo, ossia $\frac{100 \times 1280}{5 \times 6400} = 4$ anni, perchè 6400 lire diano 1280 lire d'interesse.

PROBLEMI.

I. Lire 3860 al 4,25 p. $^0/_0$ che interesse danno in 2 anni e 4 mesi?
II. Lire 2800 à L. 0,45 p. $^0/_0$ al mese, che interesse danno in 11 mesi?
III. Un capitale di lire 560 fruttò in un anno L. 28: a che tassa fu dato a mutuo?
IV. L. 8520 in 3 anni e 5 mesi, che interesse danno al 6,50 p. $^0/_0$ all'anno?
V. Lire 472,75 in 90 giorni che interesse danno al 6,25 p. $^0/_0$ all'anno?
VI. Qual è il capitale che al 5 p. $^0/_0$ darà in 3 anni L. 147 di interesse?
VII. Un proprietario affitta un suo podere lire 800 all'anno, e calcola che gli frutti in media 4 p. $^0/_0$; qual è il valore del podere?
VIII. Dopo quanti anni lire 5000 al 5 p. $^0/_0$ daranno per interesse una somma eguale al capitale?
IX. Per quanti anni si dovranno lasciare a mutuo lire 653,20 al 4 $^1/_2$ p. $^0/_0$ perchè diano lire 127,45 d'interesse?
X. Ad un tale che voleva prendere a mutuo 51,000 lire, fu proposto: o di pagare il 7 p. $^0/_0$ per il terzo del capitale, ed il 5 p. $^0/_0$ pel resto: ovvero il 6 p. $^0/_0$ per tutto il capitale. Qual è il partito migliore?
XI. Qual è il capitale che in 4 anni, al 5 p. $^0/_0$, ha dato L. 370 d'interesse?
XII. A che tassa fu dato a mutuo un capitale di 26,200 lire, che in 2 anni ha dato 3144 lire d'interesse?
XIII. Qual è l'interesse di 1465 lire al 4 p. $^0/_0$ per 7 anni, 6 mesi e 15 giorni?
XIV. Qual è il capitale che al 5 p. $^0/_0$ all'anno dà in 4 anni, 5 mesi e 20 giorni L. 6708,33 d'interesse?
XV. Lire 1000 in 36 giorni danno L. 4 d'interesse, trovate la tassa.

Regola di Sconto.

194. Si chiama **regola di sconto** l'operazione, mediante la quale si calcola la *diminuzione* da farsi sopra una somma che si paga prima del tempo convenuto. Cotale diminuzione è detta **sconto,** e si fa sulla base di *un tanto per 100.*

La regola di sconto, comunemente seguita dai negozianti, è affatto simile *a quella d'interesse;* solo che dicono *somma da scontare* o *valor nominale* in luogo di *capitale; sconto* in luogo d'*interesse; tassa di sconto* in luogo di *tassa d'inte-*

DOMANDE. — 194. Qual è la regola di *sconto?* e a qual regola è simile?

resse; onde *non è altro lo sconto, se non l'interesse che la somma da scontare darebbe nel tempo compreso fra il giorno dell'operazione e quello della scadenza.*

Esempio. — Un negoziante ha un credito di 1000 lire da esigersi fra un anno; avendo bisogno di danaro, vende il suo credito ad un banchiere alla tassa del 6 %; quale diminuzione o sconto dovrà fare il banchiere sul valor nominale di 1000 lire, e quanto dovrà sborsare?

Risposta. Dovrà fare la diminuzione di 60 lire, che è l'interesse delle 1000 lire al 6 %, e sborsare 940 lire.

195. Per agevolare le contrattazioni si adoperano dai negozianti i *biglietti all'ordine* e le *cambiali.*

Col **biglietto all'ordine** *una persona promette di pagare ad un'altra una determinata somma in un tempo pure determinato.*

Esempio 1° — Al dieci del prossimo mese di luglio pagherò all'ordine del Sig. Pietro Pagani lire ottocento, per valore ricevuto in contanti.

Buono per L. ottocento — Torino, 4 marzo 1870.

Antonio Bassi.

Esempio 2° — Torino 1° aprile 1870. — B. P. L. 3000

A tre mesi di data pagherò in Torino *al domicilio del Signor Bassi*, via Nuova, n. 4, all'ordine del sig. Vincenzo, la somma di lire tre mila, valore ricevuto in mercanzie.

Luigi Mocenico.

Con la **cambiale** *una persona ordina ad una seconda di pagare una somma ad una terza persona od anche a se stessa in un tempo determinato. La persona a cui favore è ordinato il pagamento, chiamasi* remittente. *Se il remittente cede ad una terza persona la cambiale, il fa per una dichiarazione a tergo che dicesi* girata.

Esempio 1° — Torino, 5 aprile 1870. — B. P. L. 4000.

A quarantacinque giorni di data pagherete per questa prima di cambio, all'ordine del sig. F. Petrini la somma di lire *quattro mila*, valore ricevuto in contanti, che voi passerete secondo l'avviso di

N. Bussi.

Al Sig. Giuseppe Panciatichi
Firenze.

Domande. — 195. Che si adopera dai negozianti per *agevolare le contrattazioni?* — Che si fa col *biglietto all'ordine?* — ......con la *cambiale?*

Esempio 2° Genova 6 maggio 1870. B. P. L. 500.

A vista pagate per questa mia prima di cambio all'ordine del Sig. Michele Sagredo, lire cinquecento, valore ricevuto in mercanzia, che voi passerete secondo l'avviso di

Eugenio Rachis.

Al Sig. G. B. Paravia e Comp.
Torino.

196. Il **possessore** di una *cambiale* o di un *biglietto* può prima della *scadenza* scontarlo; ed il tempo dello sconto suole computarsi in *giorni*, ossia in *trecentosessantesimi* di anno.

Esempio. — Oggi 29 maggio un negoziante fa scontare dalla Banca Nazionale una cambiale di 1500 lire, che scade il 5 agosto, alla tassa di 5,5 p. $^0/_0$: quanto deve ricevere? *Risp.* Deve ricevere L. 1484,42.

In fatti il numero dei giorni che devono trascorrere dal 29 maggio al 5 agosto, è 68: li riduco in frazione di anno, ossia in $^{68}/_{360} = ^{34}/_{180} = ^{17}/_{90}$... Sottraggo l'interesse da 1500, ed ho la somma che il negoziante deve ricevere dalla Banca.

PROBLEMI.

I. Si vuol pagare un debito di lire 1200 venticinque giorni prima della scadenza al 7 p. $^0/_0$ di sconto: quanto si deve sborsare?

II. Sopra un conto di 645 lire si fa un ribasso dell' 8 p. $^0/_0$: quanto si deve pagare?

III. Un negoziante ha un credito di lire 15000,40 esigibile fra 3 anni e 7 mesi. Lo vende al 4,50 p. $^0/_0$ di sconto all'anno: quanto deve ricevere?

IV. Qual sarebbe lo sconto di 895 lire pagabili fra 60 giorni alla tassa del 5 p. $^0/_0$ all'anno?

V. Qual è il valore presente di 800 lire pagabili fra tre anni alla tassa del 6 p. $^0/_0$?

VI. Qual è lo sconto di una cambiale di L. 427,60 pagabile fra 77 giorni con lo sconto di 4,5 p. $^0/_0$ all'anno?

VII. Un biglietto a 48 giorni di scadenza ha subìto una ritenuta di lire 7,50 in ragione del 6 p. $^0/_0$ all'anno: qual è la somma notata sul biglietto?

VIII. Un banchiere sopra una somma di lire 1830 a 75 giorni di scadenza ritiene lire 22,88: qual è la tassa dello sconto?

IX. Sopra un biglietto di lire 344, si presero lire 4,77 di sconto: a quanti giorni di scadenza era il biglietto?

X. Un negoziante ha da pagare un debito di 5260 lire; e vuol dare al creditore una lettera di cambio a 7 mesi di scadenza coll'interesse del 4 $^1/_2$ p. $^0/_0$: qual dovrà essere il valor nominale della lettera di cambio?

Domande. — 196. Che può fare il *possessore* di una cambiale o d'un biglietto?

XI. Sulle cedole del debito pubblico si fa la ritenuta dell'8,80 p. %: qual ritenuta dovrà farsi su 20 lire di rendita? su 100 lire? su 250 lire? su 425 lire? su lire 2,50?

Regola di Partizione.

197. La **regola di partizione** ha per oggetto di spartire una *quantità* in parti proporzionali a numeri dati.

Caso I.

Spartire una quantità in parti proporzionali a numeri interi.

198. Regola. — *Moltiplico la quantità da spartire per ciascuno dei numeri interi dati; poscia divido ciascun prodotto così ottenuto per la somma dei numeri stessi; i quozienti esprimeranno le parti cercate.* O ciò che torna allo stesso: *Divido la quantità da spartire per la somma dei numeri; e moltiplico il quoziente per ciascuno dei numeri stessi dati: i prodotti esprimeranno le parti cercate.*

Esempio. — Si hanno da spartire 210 lire a tre famiglie in parti proporzionali al numero delle persone che le compongono. La prima famiglia è composta di 7 persone; la seconda di 3; la terza di 8: quanto riceverà ciascuna famiglia?

Risposta. La 1ª L. $\frac{210\times7}{7+3+8}=\frac{1470}{18}=$ L. 81,67:

La 2ª L. $\frac{210\times3}{7+3+8}=\frac{630}{18}=$ L. 35,00:

La 3ª L. $\frac{210\times8}{7+3+8}=\frac{1680}{18}=$ L. 93,33.

In fatti se il numero da spartire fosse 18, i tre numeri 7, 3, 8 sarebbero appunto le tre parti domandate, ed il problema sarebbe risoluto. Se il numero da spartire fosse 1 invece di 18, le parti non sarebbero più 7, 3, 8; ma 18 volte più piccole, vale a dire $^7/_{18}$, $^3/_{18}$, $^8/_{18}$. E se il numero da spartire fosse 210 invece di 1, le parti non sarebbero più $^7/_{18}$, $^3/_{18}$, $^8/_{18}$; ma 210 volte più grandi; ossia

$$\frac{210\times7}{18},\ \frac{210\times3}{18},\ \frac{210\times8}{18}.....$$

Domande. — 197. Qual oggetto ha la *regola* di *partizione*? — 198. Come fate per ispartire una quantità in parti proporzionali a *numeri interi*?

Caso II.

Spartire una quantità in parti proporzionali a frazioni date.

199. Regola. — *Riduco le frazioni allo stesso denominatore; quindi spartisco la quantità data in parti proporzionali ai rispettivi numeratori.*

Esempio. — Spartire il numero 40000 in parti proporzionali alle frazioni $^1/_6$, $^2/_5$, $^4/_9$, $^1/_3$.

Riduco le frazioni date allo stesso denominatore, cioè a $^{15}/_{90}$, $^{36}/_{90}$, $^{40}/_{90}$, $^{30}/_{90}$; e poscia spartisco 40000 in parti proporzionali ai numeratori 15, 36, 40, 30:

$$1^a \text{ parte} = \frac{40000 \times 15}{121} = \text{L. } 4958{,}68$$

$$2^a \text{ parte} = \frac{40000 \times 36}{121} = \text{L. } 11900{,}82$$

$$3^a \text{ parte} = \frac{40000 \times 40}{121} = \text{L. } 13223{,}14$$

$$4^a \text{ parte} = \frac{40000 \times 30}{121} = \text{L. } 9917{,}36.$$

PROBLEMI.

I. Dividere 60 in due parti tali che $^1/_7$ dell'una sia uguale a $^1/_8$ dell'altra.

II. Dividere 27 ettari e 72 ari fra due persone, in modo che la parte di una sia i 44 centesimi della parte dell'altra.

III. Un signore lascia per testamento la metà de' suoi beni ad un nipote; il terzo ad una nipote ed il quarto all'asilo infantile del suo paese. L'eredità è calcolata 120000 lire: come si potrà soddisfare alla volontà del testatore?

IV. Spartire 36000 lire fra quattro persone, in modo che la seconda abbia il doppio della prima; la terza tanto quanto la prima e la seconda insieme; e la quarta il triplo della terza.

V. Due operai per un certo lavoro fatto in comune ricevettero 146 lire; il primo lavorò 7 ore al giorno, il secondo 9 ore: quanto spetta a ciascuno?

VI. Spartire 48 lire fra due persone, in modo che una abbia il doppio dell'altra.

VII. Tre operai fecero un lavoro insieme, e ricevettero 400 lire: il primo lavorò 5 giorni e 7 ore al giorno; il secondo 4 giorni e 6 ore al giorno; il terzo 8 giorni e 5 ore al giorno: quanto spetta a ciascun operaio?

Domande. — 199. Come fate per ispartire una quantità in parti proporzionali a *frazioni?*

Regola di Società.

200. La **regola di società** ha per oggetto di ripartire fra più soci il *guadagno* o la *perdita* risultante da un commercio o traffico fatto in comune.

201. Tre principii regolano la ripartizione del guadagno o della perdita, ove non siensi stipulate convenzioni particolari nell'atto di costituzione della società.

— 1° *Per tempi eguali e messe* ossia *capitali disuguali, le parti del guadagno o della perdita sono proporzionali ai capitali.*

Esempio. — Tre soci hanno guadagnato 15840 lire; le *messe* rispettive sono di 3500 lire; 4000 lire; 4500 lire: qual parte di guadagno spetta a ciascún socio?

Risp. Per calcolare la parte di guadagno che spetta a ciascun socio, non si ha da fare altro che spartire la somma 15840 in parti proporzionali ai numeri 3500, 4000, 4500; o, come torna lo stesso, ai numeri 35, 40, 45; e si trova

La 1ª parte = 4680 lire; la 2ª = 5280; la 3ª = 5940.

— 2° *Per messe uguali e tempi disuguali*, *le parti del guadagno o della perdita sono proporzionali ai tempi.*

(S'intende che questi tempi devono riferirsi alla stessa unità).

Esempio. — Una persona si mette ad un traffico con un fondo di 1500 lire; dopo 3 mesi prende con sè un socio con un fondo eguale; e dopo altri due mesi un terzo socio anche con un fondo uguale. Il traffico durò 9 mesi, ed il guadagno fu di 3800 lire: qual parte ne spetta a ciascuna dei tre soci?

Risp. Per trovare la parte di guadagno che spetta a ciascuno dei tre soci, basta dividere le 3800 lire in parti proporzionali ai numeri 9, 6, 4 che esprimono i tempi diversi, ossia i mesi in cui le tre *messe* uguali rimasero associate; e si ha la parte del primo = 1800 lire; la parte del secondo = 1200 lire; la parte del terzo = 800 lire.

— 3° *Per tempi disuguali e messe anche disuguali, le parti del guadagno o della perdita sono proporzionali ai prodotti delle messe pei tempi corrispondenti riferiti ad una stessa unità.*

Esempio. — Tre soci hanno fatto un guadagno di 4800 lire. Il primo aveva posto in società 850 lire per un anno; il secondo 900 lire per 6 mesi; il terzo 825 lire per 8 mesi; qual deve essere la parte di ciascuno?

Domande. — 200. Che cosa ha per oggetto la *regola di società?* — 201. *Quali principii* regolano cotal ripartizione?

Risol. Riduco i tempi dati alla stessa unità, cioè a mesi; moltiplico la *messa* del primo socio per 12; la *messa* del secondo per 6; la *messa* del terzo per 8; e divido le 4800 lire di guadagno in parti proporzionali ai prodotti ottenuti 10200; 5400; 6600; oppure ai numeri 102; 54; 66, e così avrò le parti del guadagno spettanti a ciascuno dei tre soci; cioè lire 2205,40; lire 1167,57; lire 1427,03.

PROBLEMI.

I. Quattro operai hanno guadagnato L. 87,50 per un lavoro fatto in comune; ed hanno rispettivamente lavorato 9, 7, 6, 13 giorni: quanto spetta a ciascuno?

II. Tre negozianti hanno messo in società, il primo 2700 lire; il secondo 3800; ed il terzo 5400, ed il guadagno fu di 8925 lire: quanto spetta a ciascuno?

III. Due negozianti con un fondo comune di 16050 lire guadagnarono 7995 lire; il primo ricevette per sua parte di guadagno 3284 lire; ed il secondo 4711 lire: qual fu la *messa* dell'uno e dell'altro?

IV. Tre soci guadagnarono 950 lire; il primo aveva posto in società L. 300 per 6 mesi; il secondo L. 480 per 4 mesi; il terzo L. 240 per 9 mesi: qual deve essere la parte di guadagno di ciascun socio?

V. Due uomini, una donna ed un ragazzo devono trasportare 240 chilog. di mercanzia; la donna non deve portare che la metà di quello che porta un uomo; ed il ragazzo il terzo di quello che porta la donna: quanti chilogrammi porterà ciascuno?

VI. Tre soci guadagnarono rispettivamente 900 lire; 1500 lire; 2100 lire. La somma totale impiegata è di lire 1500: qual è la *messa* di ciascuno dei soci?

Regola di Miscuglio.

202. Dicesi **di miscuglio** la regola che serve a trovare il valore dell'unità di misura di un miscuglio di varie sostanze, conoscendo il numero delle unità di ciascuna sostanza, ed il valore particolare di ciascuna unità.

Trovare il valore dell'unità di misura di un miscuglio, quando le sostanze mescolate sono in egual quantità.

203. REGOLA. — *Sommo i prezzi delle sostanze componenti il miscuglio, e ne divido la somma pel numero delle unità.*

DOMANDE. — 202. A che serve la *regola di miscuglio?* — 203. Come si trova il *valore* dell'*unità di misura* di un miscuglio, quando le sostanze mescolate sono in egual quantità?

Esempio. — Si mescolarono insieme tre litri di vino del rispettivo prezzo di lire 1,20; lire 0,80; lire 0,70 il litro: qual è il prezzo di 1 litro del miscuglio?

Risp. Il prezzo di un litro di miscuglio è di L. $\frac{1,20 + L.\ 0,80 + L.\ 0,70}{3}$ $= \frac{2,70}{3} =$ L. 0,90. In fatti, se 3 litri del miscuglio valgono 2,70; un litro varrà il terzo di 2,70.....

Trovare il valore dell'unità di misura di un miscuglio, quando le sostanze mescolate sono in diversa quantità.

204. Regola. — *Moltiplico il numero delle unità di ciascuna sostanza pel valore della rispettiva unità, e divido la somma dei prodotti per la somma delle unità.*

Esempio. — Si mescolano 4 litri di vino da lire 1,20 il litro, con 6 litri da lire 0,75: a quanto viene un litro del miscuglio?

Risoluzione. 4 litri a L. 1,20 valgono L. 1,20×4= L. 4,80
e 6 litri a L. 0,75 valgono L. 0,75×6= L. 4,50
dunque 10 litri del miscuglio valgono L. 9,30

per conseguenza 1 litro del miscuglio $= \frac{9,30}{10} =$ L. 0,93.

205. La regola di miscuglio prende il nome di **regola di alligazione**, allorchè *s'adopera a risolvere problemi relativi alle leghe.*

Dicesi **lega** un miscuglio di metalli fusi insieme. Gli oggetti d'*oro* e d'*argento* che si vendono in commercio, sono leghe formate mescolando coll'*oro* o coll'*argento* un metallo inferiore che suol essere il *rame.*

Si chiama **titolo** di una lega d'*oro* o d'*argento* la *frazione del peso totale della lega, che esprime il peso del metallo fino.*

Così dicendo che il *titolo* dell'argenteria è di 0,950, si vuol significare che per es. su 1000 grammi d'argenteria ve ne hanno 950 di argento puro, e 50 di rame; ossia che il peso dell'argento puro è uguale ai $^{950}/_{1000}$ del peso totale del metallo.

Domande. — 204. Come si trova il *valore* dell'*unità* di *misura*, quando le sostanze mescolate sono in diversa quantità? — 205. Quando è che la regola di miscuglio prende il nome di *regola di alligazione*?

Casi della regola di alligazione.

— 1° Dato il peso totale di una lega d'oro o d'argento ed il peso del metallo fino in essa contenuto, trovarne il titolo.

Regola. — *Divido il peso del metallo fino per il peso totale.*

Esempio. — Qual è il titolo di una lega d'argento che pesa 23 chilogrammi, e contiene chilog. 18,975 di argento puro?

Risp. Il titolo di questa lega è $\frac{18,975}{23} = 0,825$.

— 2° Dato il peso d'una lega d'oro o d'argento ed il suo titolo, trovare il peso del metallo fino in essa contenuto.

Regola. — *Moltiplico il peso totale per il titolo.*

Esempio. — Quanto argento puro vi ha in 23 chilogrammi di lega d'argento al titolo di 0,825?

Risp. Vi ha chilogr. 23 × 0,825 = chilogr. 18,975.

— 3° Dati i pesi di più leghe d'oro o di più leghe d'argento ed i loro titoli, trovare il titolo della lega che risulta, fondendo insieme tutte le leghe date.

Regola. — *Divido la somma dei pesi del metallo fino per la somma dei pesi delle leghe.*

Esempio. — Si fanno fondere insieme 7 grammi d'oro al titolo di 0,900: e 8 grammi d'oro al titolo di 0,750: qual sarà il titolo della lega risultante?

Soluzione. Cerco il peso dell'oro contenuto nelle due leghe:
nella 1ª ve ne ha grammi 7 × 0,900 = grammi 6,300
nella 2ª .... grammi 8 × 0,750 = grammi 6,000

I 15 grammi di lega contengono dunque .... grammi 12,300 d'oro; per conseguenza ciascun gramma ne conterrà la quindicesima parte: divido 12,300 per 15, ed ho 0,820 per titolo delle due leghe insieme fuse.

PROBLEMI.

I. Un droghiere mescola 27 chilogr. di caffè da L. 3,20 il chilogr. con 65 chilogr. da L. 4,80: a quanto viene un chilogr. del miscuglio?

II. Si mescolano insieme 225 litri di vino a L. 0,73 il litro, con 62 litri di vino da L. 0,49. Quanto si dovrà vendere al litro, volendo guadagnare L. 0,12 per litro?

III. Si mescolano 175 litri... a 50 cent. il litro con 205 litri a 60 cent.; e 80 litri a L. 1,25: a quanto viene un litro del miscuglio?

Domande. — Quali sono i *varii casi di alligazione* e come si risolvono?

IV. Si fanno fondere 234 gr. d'oro al titolo di 0,915 con 356 gr. d'oro al titolo di 0,850: qual sarà il titolo della verga d'oro risultante?

V. Trovare il prezzo di 250 chilogrammi di bronzo, sapendo che il bronzo contiene 100 parti di rame che vale L. 2,45 il chilogr. e 11 parti di stagno che vale L. 2,75 il chilogr.

VI. Un negoziante mescola 50 ettolitri di frumento da L. 28,25 l'ettolitro con 37 ettolitri da L. 31,75: a quanto l'ettolitro deve vendere il miscuglio per guadagnare 80 lire?

Regola di Cambio.

206. La **regola di cambio** *ha per oggetto di valutare una somma di danaro in monete di certa specie, mediante il rapporto conosciuto di altre monete.*

Esempio. — Si sa che 100 reali di Spagna valgono 26 franchi, che 134 franchi valgono 25 scudi romani, che 53 scudi romani valgono 67 ducati di Napoli: si domanda quanti ducati di Napoli vi vogliano per fare 1200 reali di Spagna.

207. Regola. — *Scrivo l'uno sotto l'altro i rapporti di eguaglianza enunciati nel problema; in modo che il secondo termine di ciascun rapporto sia della stessa specie di unità del primo termine del rapporto seguente; e continuo così fino all'ultimo rapporto, di cui il secondo termine deve essere della medesima specie di unità del termine iniziale.* Come:

100 reali	=	26	franchi
134 franchi	=	25	scudi romani
53 scudi rom.	=	67	ducati di Napoli
x ducati	=	1200	reali.

Moltiplico fra loro tutti i termini nella cui colonna non trovasi l'incognita x; e quindi fra loro tutti gli altri. Come:

$$26 \times 25 \times 67 \times 1200 = 100 \times 134 \times 53 \times x$$

Divido il primo prodotto pel secondo (sopprimendovi dapprima ove si voglia, i fattori comuni), ed il quoziente esprimerà *il valore dell'incognita.*

$$x = \frac{26 \times 25 \times 67 \times 1200}{100 \times 134 \times 53} = 73\ {}^{31}/_{53}$$

Dunque per fare 1200 reali di Spagna vi vogliono 73 ducati di Napoli, più $^{31}/_{53}$ di ducato.

Domande. — 206. Che oggetto ha la *regola di cambio?* — 207. Esponete la regola per risolverne i problemi.

In fatti, poichè 100 reali valgono 26 franchi, è chiaro che 1 reale non varrà che la centesima parte di 26 franchi, ossia $\frac{26}{100}$ di 1 franco; parimente poichè 134 franchi (2° dato) valgono 25 scudi romani, 1 franco non varrà che la centotrentaquattresima parte di 25 scudi, ossia $\frac{25}{134}$ di uno scudo; e per conseguenza 1 reale sarà i $\frac{26}{100}$ dei $\frac{25}{134}$ di uno scudo.

Inoltre poichè 53 scudi romani valgono 67 ducati di Napoli, 1 scudo non varrà che la cinquantatreesima parte di 67 ducati, ossia $\frac{67}{53}$ di 1 ducato; dunque 1 reale varrà i $\frac{26}{100}$ dei $\frac{25}{134}$ dei $\frac{67}{53}$ di un ducato; cioè ducati $\frac{26}{100} \times \frac{25}{134} \times \frac{67}{53}$; e 1200 reali varranno ducati $1200 \times \frac{26}{100} \times \frac{25}{134} \times \frac{67}{53} = \frac{26 \times 25 \times 67 \times 1200}{100 \times 134 \times 53} =$ ducati $73 + {}^{31}/_{53}$.

PROBLEMI.

I. Lire toscane 20 valgono 17 lire italiane; 63 lire italiane valgono 50 scellini inglesi, 130 scellini valgono 63 fiorini austriaci, 27 fiorini 260 reali di Spagna: 45 reali a quante lire toscane corrispondono?

II. 100 ghinee inglesi valgono 2626 franchi, 63 franchi valgono 30 fiorini d'Olanda, 146 fiorini valgono 15 federici di Prussia: quanti federici varranno 73 ghinee?

III. Il rublo d'argento di Russia che parte è del ducato napoletano, sapendosi che 86 ducati equivalgono a 425 lire austriache, 42 lire austriache a 43 lire toscane, 134 lire toscane a 21 scudo romano, e 50 scudi romani a 67 rubli?

IV. Esprimere in lire italiane il valore di 96 scudi romani, sapendo che 98 scudi romani valgono 89 scudi toscani, che 45 scudi toscani valgono 49 dollari degli Stati Uniti, e che 17 dollari valgono lire 91,80.

Conto pei lavoratori agricoli o di campagna.

208. Il **salario** guadagnato dai così detti *servitori* o servi di campagna, è in relazione col maggiore o minor lavoro che si suol fare in ciascun mese dell'anno. Si calcola perciò che:

DOMANDE. — 208. Come si calcola il *salario* dei servitori di campagna?

Gennaio	e Dicembre	abbiano	30	giornate ciascuno;
Febbraio	e Novembre	»	60	id.
Marzo	e Ottobre	»	90	id.
Aprile	e Settembre	»	120	id.
Maggio	e Agosto	»	150	id.
Giugno	e Luglio	»	180	id.

Quindi 1 giorno di	Gennaio	o Dicembre	vale	1	giornata di lavoro.
»	Febbraio	o Novembre	»	2	id.
»	Marzo	o Ottobre	»	3	id.
»	Aprile	o Settembre	»	4	id.
»	Maggio	o Agosto	»	5	id.
»	Giugno	o Luglio	»	6	id.

Sia per esempio. — Un giovane si pose al servizio di un contadino per un anno a lire 120 di salario; ma non vi stette che dal 1° di gennaio al 20 settembre inclusivamente, avendo inoltre mancato al lavoro 10 giorni in marzo e 3 in aprile; quanto gli è dovuto?

Soluzione. — 1° *Sommo tutte le giornate del servizio da prestarsi secondo l'accordo:*

$$30+60+90+120+150+180+180+150+120+90+60+30=1260.$$

2° *Sommo le giornate di servizio dal* 1° *gennaio al* 20 *settembre:*

$$30+60+90+120+150+180+180+150+80=1040.$$

3° *Sommo le giornate in cui il servo mancò al lavoro:*

$10\times3=30$ *in marzo;* $3\times4=12$ *in aprile; in tutto giornate* 42.

4° *Sottraggo le giornate* 42 *dalle* 1040, *ed avrò nel resto* 998 *il numero delle giornate effettive di lavoro.*

Ciò posto, io dico: se per giornate 1260 *il servo avrebbe ricevuto* 120 *lire; per* 1 *giornata sola non riceverà che la* 1260ª *parte di* 120 *lire; ossia L.* 120 : 1260; *e per* 998 *giornate dovrà ricevere* 998 *volte di più ossia* $\frac{120}{1260}\times 998$.

Moltiplico adunque 120, *salario annuo, per* 998, *numero effettivo delle giornate di lavoro; e divido il prodotto* 119760 *per* 1260, *numero delle giornate che il servo avrebbe dovuto stare al servizio; il quoziente L.* 94,04 *sarà ciò che tocca al servo.*

Problema. — Un giovane si pone al servizio di un contadino dal 1° febbraio al 12 settembre per lire 80; manca al lavoro 5 giorni in marzo; 7 in aprile e 4 in maggio; quanto gli è dovuto?

Sommo le giornate del servizio da prestarsi: 60+90+120+150+180 +180+150+ (12 *volte* 4), *ossia* 48 = 978.

Sommo le giornate in cui il servo mancò al lavoro: $5\times3=15$ *in marzo;* $7\times4=28$ *in aprile;* $4\times5=20$ *in maggio; in totale giornate* 63.

Sottraggo le 63 *giornate dalle* 978; *ed ho nel resto* 915 *il numero delle giornate effettive di lavoro. Ciò posto, fo la proporzione* $978 : 80 :: 915 : x$; $x=\frac{915\times80}{978}=$ *lire* 74,83.

CAPITOLO SESTO

NUMERI COMPLESSI.

209. Si chiama **complesso** quel numero concreto che è composto di parti distinte l'una dall'altra e riferite ad unità di grado in grado più piccole. Per es.

5 metri, 4 decimetri, 3 centimetri è un numero complesso decimale;
5 lire, 4 soldi, 3 denari è un numero complesso non decimale.

Le quantità che soglionsi valutare con numeri complessi, sono le *lunghezze*, le *superficie*, i *volumi*, i *pesi* delle merci, le *monete*, il *tempo*, le misure *angolari* e *circolari*.

Per es. il numero complesso 5 *trabucchi*, 4 *piedi*, 6 *oncie* esprime una lunghezza valutata con misure già in uso nel Piemonte. Il *trabucco* si divide in 6 *piedi;* il *piede* in 12 *once.*

Il numero complesso 9 *moggia*, 5 *sacca*, 2 *staia*, 3 *quarti*, 6 *mezzette* esprime una capacità valutata con misure già in uso nella Toscana. Il *moggio* si divide in 8 *sacca;* il *sacco* in 3 *staia;* lo *staio* in 4 *quarti;* il *quarto* in 8 *mezzette.*

Il numero complesso 2 *cantara*, 3 *rubbi*, 8 *libbre*, 6 *once*, 120 *carati*, 2 *grani* esprime un peso valutato con misure già in uso nel Genovesato. Il *cantaro* si divide in 6 *rubbi;* il *rubbo* in 25 *libbre;* la *libbra* in 12 *once;* l'*oncia* in 144 *carati:* il *carato* in 4 *grani.*

Il numero complesso 20 *ducati*, 10 *grana*, 5 *cavalli* esprime un valore commerciale valutato con monete già in uso a Napoli. Il *ducato* si divide in 100 *grana:* la *grana* in 10 *cavalli.*

Trasformazioni.

Caso 1°

Trasformare un numero complesso in frazione dell'unità principale.

210. Regola. — *Riduco il numero complesso dato nelle sue unità dell'infima specie, e divido il numero che si ottiene pel numero delle unità dell'infima specie necessarie per fare un'unità principale.*

Domande. — 209. Qual numero dicesi *complesso*? e *quali quantità* soglionsi valutare con numeri complessi? — 210. Come fate per trasformare un numero complesso in *frazione* dell'*unità principale*?

Esempio. Sia il numero complesso 5 trabucchi, 4 piedi, 6 oncie da ridursi in frazione del trabucco; io dico: 1 trabucco vale 6 piedi; 5 trabucchi varranno 5 volte 6, ossia 30 piedi; e $30 + 4 = 34$ piedi. Così il numero proposto vien trasformato in 34 piedi e 6 once.

1 piede vale 12 once; 34 piedi varranno 34 volte 12, ossia 408 once; $408+6=414$ once; così il numero proposto vien trasformato in 414 once.

L'oncia è $^1/_{12}$ di $^1/_6$ ossia $^1/_{72}$ del trabucco: dunque il numero proposto 5 trabucchi, 4 piedi, 6 oncie è uguale $^{414}/_{72}$ del trabucco $= ^{207}/_{36} = ^{69}/_{12} = ^{23}/_4$ del trabucco = trabucchi $5 + ^3/_4$ = trabucchi 5,75.

L'andamento seguito in questo esempio mostra come si debba operare per ridurre qualsiasi numero complesso non solo in frazione dell'unità principale, ma ancora in numero misto ed in numero decimale.

ESERCIZI.

Ridurre il numero complesso:

9 moggia, 5 sacca, 2 staia, 3 quarti, 6 mezzette in frazione del moggio.
4 cantari, 3 rubbi, 8 libbre, 6 once, 120 carati, 2 grani in frazione del cantaro.
20 ducati, 10 grani, 5 cavalli in frazione del ducato.
2 giorni, 7 ore, 20 minuti in frazione del giorno.

Caso 2°

Trasformare una frazione di un'unità di misura nel numero complesso corrispondente.

211. Regola. — *Divido il numeratore pel denominatore, il quoziente intero rappresenterà le unità principali del quoziente. Riduco il resto in unità di secondo ordine, moltiplicandolo pel numero delle unità di quest' ordine necessarie per fare l'unità principale, e divido il prodotto pel denominatore della frazione data; il quoziente intero rappresenterà le unità di secondo ordine del quoziente. Se vi sarà resto, lo riduco in unità di terzo ordine; e continuo a questo modo la divisione, finchè siansi ottenute al quoziente le unità dell'ordine minimo di cui si vuole tener conto.*

Esempio. Sia la frazione $^{199}/_8$ di lira; per ridurla nel numero complesso corrispondente io opero così: Divido 199 per 8; ottengo per quoziente 24 lire col resto 7 lire. Questo resto non posso più dividerlo

Domande. — 211. Come fate per trasformare una frazione di unità di misura nel *numero complesso corrispondente?*

per 8 ed avere al quoziente lire; lo riduco in soldi moltiplicandolo per 20; divido 140 soldi per 8, ed ottengo per quoziente 17 soldi, col residuo 4 soldi. Riduco questo residuo in danari moltiplicandolo per 12; e divido 48 denari per 8; ed ho per quoziente 6 denari; e conchiudo che la frazione $^{199}/_8$ di lira è equivalente a 24 lire, 17 soldi, 6 denari.

ESERCIZI.

Ridurre:

$^{199}/_5$ di lira...........	in lire e soldi.
444 centesimi di lira ..	in lire, soldi e denari.
$^{345}/_{1440}$ di giorno.......	in ore e minuti.
Giorni 6,643	in giorni, ore e minuti.
Giorni 2 + $^3/_4$.........	in giorni ed ore.
3450 minuti..........	in minuti, ore e giorni.
2728 once.............	in once, libbre e rubbi.
0,375 di rubbo	in libbre, once ed ottavi (piem.).

Addizione dei numeri complessi.

212. L'addizione dei numeri complessi si fa a un dipresso come quella dei numeri interi.

Esempio. — *Sommare lire 175, soldi 18, denari 7; lire 84, soldi 11, denari 8; lire 102, soldi 19, denari 11; lire 30, soldi 6, denari 9.*

Scrivo uno sotto l'altro i numeri dati in guisa che le unità della medesima denominazione si corrispondano in colonna; quindi cominciando dai denari, dico: 7 e 8, 15; e 1, 16; e 9, 25; e 10, 35 denari, che fanno 2 soldi e 11 denari; scrivo 11 sotto la colonna dei denari, e ritengo 2 soldi per agggiungerli alla colonna dei soldi.

L.	175	*sol.*	18	*den.*	7
	84		11		8
	102		19		11
	30		6		9
L.	393	*sol.*	16	*den.*	11

2 e 8, 10; e 1, 11; e 9, 20; e 6, 26; e 10, 36; e 10, 46; e 10, 56 soldi che fanno 2 lire e 16 soldi. Scrivo 16 sotto la colonna dei soldi, e ritengo 2 lire per aggiungerle alle unità delle lire....... La somma è 393 lire, 16 soldi, 11 denari.

ESERCIZI.

Sommare:

1°

28 giorni	18 ore	48′	38″
35	13	53	49
24	10	19	58
....	.....	.....	.....

2°

5 cannelle	8 palmi	7 once
8	11	9
15	7	8
.....	......	.....

Domande. — 212. Come si fa l'*addizione* dei *numeri complessi*?

Sottrazione dei numeri complessi.

213. Esempio. — *Dal numero 19 lire, 7 soldi, 3 denari sottrarre 14 lire, 12 soldi, 6 denari.*

L.	19	*sold.*	7	*den.*	3
	14		12		6
L.	4	*sold.*	14	*den.*	9

Scrivo il minuendo, indi il sottraendo in colonna, cioè in modo che le unità dello stesso nome si corrispondano; e cominciando dai denari dico: da 3 denari non si possono togliere 6 denari; perciò ai 3 denari aggiungo 1 soldo, ossia 12 denari, togliendo esso soldo dai 7 soldi contenuti nel numero di sopra; 12 denari e 3 denari sono 15 denari; 6 da 15, 9; scrivo 9 sotto la colonna dei denari. Ora da 6 soldi non si possono sottrarre 12 soldi; perciò aggiungo ai 6 soldi 1 lira, ossia 20 soldi, togliendo essa lira dalle unità di lira che sono contenute nel numero di sopra; 20 soldi e 6 soldi sono 26 soldi; 12 da 26, 14; scrivo 14 sotto la colonna dei soldi. Finalmente sottraggo 14 da 18 lire, e così il resto sarà L. 4, soldi 14, denari 9.

ESERCIZI.

Eseguire la sottrazione ne' seguenti esempi:

	giorni	ore	minuti
Min.	27	8	45
Sott.	3	11	30
	....	....	....

	cantari	rubbi	libbre	once
Min.	9	4	18	8
Sott.	6	5	23	11
	....	....	....	....

Moltiplicazione e divisione dei numeri complessi.

214. La moltiplicazione e la divisione dei numeri complessi si potrebbe fare come la moltiplicazione e la divisione delle frazioni ordinarie o dei numeri decimali.

Basta in fatti convertire primieramente i numeri complessi proposti in frazioni delle loro unità principali; effettuare sopra le frazioni.... le operazioni richieste; e ridurre di nuovo in numeri complessi i risultati finali ottenuti.

Esempio 1° — *Si dimanda il prezzo di 5 trabucchi, 4 piedi, 6 once a lire 3, soldi 5 il trabucco.*

Per risolvere il problema devo moltiplicare L. 3, soldi 5, per 5 trabucchi, 4 piedi, 6 once.

Domande. — 213. Adducete un esempio di *sottrazione* dei *numeri complessi*. — 214. Come si potrebbe fare la *moltiplicazione* e la *divisione* dei *numeri complessi?*

Ora lire 3 e soldi 5 equivalgono a $^{65}/_{20}$ di lira, o lire 3,25; trabucchi 5, piedi 4, once 6 equivalgono a $^{414}/_{72}$ di trabucco, o trab. 5,75; dunque (lire 3, soldi 5) × (trabucchi 5, piedi 4, once 6) = lire 3,25 × trabucchi 5,75 = lire 18,6875 = lire 18, soldi 13, denari 9.

Esempio 2° — *La libbra di una data mercanzia vale 2 lire, 15 soldi, 7 denari: quante libbre si potranno comprare con 88 lire, 18 soldi, 8 denari?*

Risoluz. Si compreranno tante libbre, quante volte il prezzo della libbra è contenuto nella somma da spendere. Si deve adunque dividere 88 lire, 18 soldi, 8 denari per 2 lire, 15 soldi, 7 denari. Ora lire 88, soldi 18, denari 8 = lire 88, 93; e lire 2, soldi 15, denari 7 = lire 2,77; perciò divido 88,93 per 2,77. Così il quoziente cercato è 32 (libbre) circa.

PROBLEMI.

I. Qual è il prezzo di 7 rasi e mezzo di stoffa a lire 12, soldi 15 il raso?

II. Rubbi 13, libbre 5, once 2 di una merce costano 17 lire e 7 soldi, qual è il prezzo del rubbo?

III. Il trabucco di un dato lavoro costa 8 lire, 12 soldi, 6 denari: quanti trabucchi del medesimo lavoro si faranno eseguire con 349 lire, 6 soldi, 3 denari?

IV. Un operaio stette 7 mesi al lavoro, ed in ciascun mese lavorò 18 giorni, 6 ore e 45 minuti; quanto tempo ha lavorato?

V. Un domestico per 6 anni, 9 mesi e 18 giorni di servizio ricevette lire 4653; qual era la sua paga annuale?

TAVOLE DI RIDUZIONE

delle principali misure antiche già in uso in Italia con le misure nuove decimali.

MISURE DI LUNGHEZZA

			Metri
Alessandria.	Trabucco: 6 piedi, 12 once, 12 punti, 12 atomi (1)	=	2,861
Bologna	Braccio: 12 once	=	0,64
Cagliari	Trabucco o canna: 12 palmi, 4 quarte	=	3,148
Firenze	Braccio: 20 soldi, 3 quattrini	=	0,58
Genova	Cannella: 12 palmi, 12 once, 12 punti	=	2,97
	Canna per le stoffe: 10 palmi	=	2,48
Milano	Braccio: 12 once, 12 punti	=	0,595

(1) *N. B.* — Vuol dire che il trabucco si divide in 6 piedi; il piede in 12 once; l'oncia in 12 punti... Lo stesso intenderai per tutte le altre misure.

		Metri
Napoli	Palmo: 10 decimi	= 0,264
Novara	Trabucco: 6 piedi, 12 once, 12 p.	= 2,825
Oneglia	Canna: 12 palmi, 12 once, 12 linee	= 2,988
Ossola	Spazzo: 8 ottavi, 5 once	= 1,98
Palermo	dopo il 1840 come a Napoli.	
Parma	Braccio da panno e da tela	= 0,639
	Pertica: 6 braccia da muro, 12 once	= 3,27
	Braccio da seta	= 0,587
Pavia	Trabucco: 6 piedi, 12 once, 12 punti	= 2,83
	Braccio di 16 once	= 0,63
Roma	Piede	= 0,297
	Palmo: 12 once, 5 minuti	= 0,223
	Palmo mercantile	= 0,249
	Canna = 10 palmi.	
Savona	Cannella: 12 palmi, 12 once	= 3,00
Torino	Trabucco: 6 piedi, 12 once, 12 punti	= 3,086
	Piede liprando	= 0,514
	Raso = 14 oncie	= 0,60
Venezia	Piede: 12 once, 12 punti	= 0,347
	Passo = 5 piedi.	

MISURE ITINERARIE

		Metri
Italia	Miglio geografico da 60 al grado	= 1851,98
Bologna	Miglio di 900 pertiche	= 1900,49
Cagliari	Miglio	= 2518,56
Firenze	Miglio	= 1653,60
Genova	Miglio	= 1448,00
Roma	Miglio di 1000 passi	= 1489,48
Torino	Miglio di 800 trabucchi	= 2469,13
Venezia	Miglio	= 1834,11

PAESI ESTERI.

MISURE DI LUNGHEZZA E MISURE ITINERARIE

		Metri
Berlino	Piede del Reno: 12 pollici, 12 linee	= 0,313
	Miglio	= 7532
Londra	Piede: 12 pollici, 12 linee	= 0,30
	Yards = 3 piedi.	
	Miglio = 1760 yards	= 1609,31
Parigi	Tesa: 6 piedi, 12 pollici, 12 linee	= 1,949
	Lega di 4 chilometri.	
	Lega marina di 20 al grado	= 5556
Pietroborgo	Saken: 3 braccia, 16 palmi	= 2,123
	Werst = 500 saken	= 1067
Vienna	Braccio: 12 once	= 0,779
	Klafter: 6 piedi, 12 once	= 1,896
	Miglio	= 7586

MISURE DI SUPERFICIE.

		Ari
Bologna	Tornatura: 144 pertiche quad. =	20,804
Cagliari	Starello: 16 imbuti =	39,867
Firenze	Quadrato: 10 tavole, 10 pertiche, 10 deche, 10 braccia quadrate (1) =	34,062
Genova	Cannella quadrata: 12 palmi superficiali, 12 once superficiali =	0,088
Milano	Pertica: 24 tavole =	6,545
Napoli / **Palermo**	dopo il 1840. Moggio: 100 canne quadrate =	6,998
Novara	Moggio: 4 pertiche, 24 tavole =	30,66
Ossola	Staro: 400 spazza =	15,73
Parma	Biolca: 6 staia, 12 tavole =	30,81
Pavia	Pertica: 24 tavole =	7,69
Roma	Rubbio: 4 quarte, 4 scorzi, 4 quartucci =	184,84
	Per le vigne, pezza: 4 quarte, 40 ordini =	26,40
Torino	Giornata: 100 tavole, 12 piedi, 12 once =	38,10
Venezia	Campo: 4 quarte, 210 tavole =	36,56

MISURE DI CAPACITA'.

		Ettolitri
Alessandria	Salma: 12 staia, 16 coppi =	2,13
Bologna	Corba da grano: 2 staia, 8 quartiroli =	0,786
	Corba da vino: 60 boccali =	0,785
Cagliari	Starello: 16 imbuti (aridi) =	0,50
	Botte: 10 quartare (vino) =	0,448
	Barile: 8 quartare, 24 misure (olio) =	0,336
Firenze	Moggio: 8 sacca, 3 staia, 4 quarti, 8 mezzette, 2 quartucci =	5,847
	Staio —	0,24
	Barile da vino: 20 fiaschi, 4 mezzette, 2 quartucci =	0,45
	Barile da olio: 16 fiaschi =	0,33
	Soma = 2 barili.	
Genova	Emina: 4 st., 2 quarte, 12 gombette =	1,16
	Mezzarola: 3 terzaruoli, 60 amole (vino) =	1,59
	Quarteron: 6 misurette =	0,005
Milano	Moggio: 8 staia, 4 quartari (aridi) =	1,46
	Brenta: 96 boccali =	0,755
Napoli	Tomolo (aridi) =	0,555
Palermo	Barile: 60 caraffe =	0,436
Novara	Sacco: 8 emine, 16 coppi =	1,26
	Brenta: 72 boccali =	0,54
Oneglia	Mina: 3 staia, 2 minette, 2 quarte =	1,20
	Per le ulive, gombata di 3 staia =	1,98
	Salmata: 2 barili, 48 pinte =	0,96

(1) Vuol dire che il quadrato si divide in 10 tavole; la tavola in 10 pertiche, ecc.

			Ettolitri
Parma	Staio: 4 mine, 4 quartarole	=	0,47
	Brenta: 36 pinte, 2 boccali	=	0,71
Pavia	Sacco: 6 emine, 2 quartari	=	1,22
	Brenta: 96 boccali	=	0,71
Roma	Rubbio: 4 quarte, 4 starelli	=	2,94
	Barile da vino	=	0,58
	Botte: 16 barili, 4 quartiroli, 8 boccali, 4 fogliette	=	9,33
Savona	Mazzaruola: 4 barili (vino)	=	1,60
	Barile: 240 quarteroni (olio)	=	0,65
Torino	Sacco: 5 emine, 8 coppi	=	1,152
	Emina	=	0,23
	Brenta: 36 pinte, 2 boccali	=	0,493
Venezia	Moggio: 8 mezzeni, 8 quartucci	=	3,33
	Botte: 10 mastelli, 7 secchie, 4 bozze	=	6,51
	Anfora = 8 mastelli	=	6,00

MISURE DI PESO.

			Chilogrammi
Bologna	Libbra mercantile: 12 once	=	0,361
Cagliari	Cantaro: 100 libbre, 12 once	=	40,65
Firenze	Libbra: 12 once, 24 danari, 24 gr.	=	0,339
Genova	Peso grosso (vedi pag. 133)		
	Peso piccolo, rubbo: 25 libbre, 12 once	=	7,91
	Pesata (per la legna nel porto) = 4 cantari grossi.		
Milano	Libbra: 12 once, 8 ottavi	=	0,32
	Libbra grossa di 28 once	=	0,76
Napoli	Cantaro: 100 rotoli, 1000 trappesi	=	89,09
Palermo	Libbra: 12 once	=	0,32
Novara	Libbra grossa: 28 once, 24 denari	=	0,759
	Libbra piccola: 12 once	=	0,32
Oneglia	Cantaro: 6 rubbi, 25 libbre	=	47,18
Parma	Peso: 25 libbre, 12 once, 24 denari	=	8,20
Pavia	Libbra grossa: 28 once, 24 denari	=	0,74
	Libbra piccola: 12 once	=	0,31
Roma	Libbra ordinaria	=	0,339
	Migliaio: 10 quintali, 100 libbre, 12 once, 8 ottavi	=	339,07
Torino	Rubbo: 25 libbre, 12 once, 8 ottavi, 3 denari, 24 grani	=	9,221
Venezia	Libbra grossa: 12 once	=	0,477
	Libbra sottile: 12 once	=	0,30

MONETE.

			L. Cent
Genova	Lira antica	=	0, 84
Lombardia	Svanzica	=	0, 86
Napoli	Ducato: 100 grana, 10 cavalli	=	4, 25
Sicilia	Oncia: 30 tari, 20 grana, 6 piccoli	=	12, 75
Piemonte	Lira antica	=	1, 00

			L. Cent
Roma	Scudo: 10 paoli, 10 baiocchi, 10 denari	=	5, 36
	Grosso = baiocchi 5.		
Toscana	Francescone: 10 paoli, 8 crazie, 5 quattrini, 4 denari	=	5, 60
	Lira vecchia: 20 soldi, 12 denari	=	0, 84

STATI ESTERI.

			L. Cent.
Inghilterra	Lira sterlina	=	25, 00
	Scellino	=	1, 25
Austria	Fiorino	=	2, 46
	Svanzica	=	0, 86
Spagna	Piastra: 20 reali	=	5, 25
Francoforte	Risdallero	=	3, 24
Prussia	Tallero	=	3, 71
Russia	Rublo	=	4, 00
Stati Uniti	Dollaro	=	5, 34

Uso delle tavole di riduzione

per la conversione delle misure *antiche* nelle *nuove*; e viceversa.

215. Regola. — *Per convertire misure* antiche *in* nuove *moltiplico il numero esprimente le misure antiche pel rispettivo valore delle nuove* (dato nelle tavole).

Esempio. — 800 trabucchi (Torino) quanti metri fanno?

Risp. Fanno metri 3,086 × 800 : in fatti 1 trabucco vale metri 3,086 (vedi tav. pag. 138); dunque 800 trabucchi varranno 800 volte metri 3,086 = metri 2469 = chilom. 2,469 = 2 chilometri e mezzo circa.

Se il numero esprimente misure antiche è complesso, riduco in misure nuove ciascun ordine o specie di unità successivamente, quindi sommo i risultati.

Esempio. — 7 trabucchi (Torino), 2 piedi, 5 once quanti metri fanno?

Risp. Fanno metri (3,086 × 7) + metri (0,514 × 2) + m. (0,0215 × 5); in fatti:

1 trab. vale m. 3,086; 7 trab. varranno m. 3,086×7=m. 21,602
1 piede vale m. 0,514; 2 piedi varranno m. 0,514×2=m. 1,028
1 oncia vale m. 0,042; 5 oncie varranno m. 0,042×5=m. 0,215
Sommo i trè risul. e trovo che 7 trab., 2 p., 5 on. valg. m. 22,845 circa.

Viceversa *per convertire misure* nuove *in* antiche *molti-*

Domande. — 215. Qual regola avete per convertire *misure antiche* in *nuove*...?

plico il numero esprimente le misure nuove pel valore d misura antica corrispondente all'unità della misura nuov

Esempio. — 15 metri quanti rasi fanno?

Risp. Fanno rasi 1,666 × 15. In fatti dalla tavola si sa che 1 vale metri 0,6 ossia $^6/_{10}$ del metro; 1 metro varrà i $^{10}/_6$ del raso, rasi 1 $^2/_3$ = rasi 1,666; e 15 metri faranno rasi 1,666 × 15 = ras circa.

Se il prodotto ottenuto contiene una frazione decimale, la riduco nelle suddivisioni dell'unità trovata, moltiplicandola pel numero delle parti volute per fare un'unità dell'ordine inferiore seguente, e separando nel prodotto tante cifre verso destra, quante sono le cifre decimali della frazione.

Esempio. — 100 metri a quanti trabucchi, piedi, once (Torino) corrispondono?

Risp. Corrispondono a 32 trabucchi, 2 piedi, 4 once e 8 decimi di oncia. In fatti si vede dalla tavola che 1 trabucco vale metri 3,082, ossia 3082 millesimi di metro; perciò 1 metro varrà $^{1000}/_{3082}$ di trabucco, ossia trabucchi 0,324; e 100 metri varranno 100 volte trabucchi 0,324, ossia trabucchi 32,4: riduco i 4 decimi di trabucco in piedi moltiplicando 4 per 6, e dividendo il prodotto per 10, e si ha $^{24}/_{10}$ di piede = 2 piedi e 4 decimi di piede. Riduco finalmente i 4 decimi di piede in once, moltiplicando 4 per 12 e dividendo il prodotto per 10, e si ha 48 decimi di oncia = 4 once e 8 decimi di oncia.

ESERCIZI.

Una stoffa che costa 3 franchi il metro, quanto vale al raso?
II. 23 rasi e mezzo quanti metri fanno?
III. 1000 ducati di Napoli quante lire fanno?
IV. 500 lire quanti scudi romani fanno?
V. 50 pertiche (Milano) quante tavole (Torino) fanno?
VI. Un tronco d'albero è lungo 5 cannelle, 7 palmi (Genova): quanti metri?
VII. Riducansi in misure nuove, giornate 3, tavole 72, piedi 7 di tavola (Torino).
VIII. Ducati napolitani 20, grana 10, cavalli 5 quante lire nuove fanno?
X. Ridurre once siciliane 100, tari 3, grana 12 in lire nuove.
. Lire austriache o svanziche 222,75 quante lire italiane fanno?
I. 1 ettaro a quante pertiche fiorentine corrisponde?
XII. 20 litri quanti boccali di Parma fanno?

FINE.





